

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

**Доклады**

**Студенческой научной конференции «Социально-экономические  
преобразования и трансформация российского общества в  
постпандемическом мире» (зимняя сессия, 15 декабря 2020)**

Секция: «Математические методы и модели в экономических  
исследованиях»

Выпуск №1, 2021

Санкт-Петербург

2021

Доклады Студенческой научной конференции «Социально-экономические преобразования и трансформация российского общества в постпандемическом мире» (зимняя сессия, 15 декабря 2020). Секция: «Математические методы и модели в экономических исследованиях». Под общей редакцией канд. физ.-м. н., доц. Дорофеева В. Ю.  
Кафедра высшей математики СПбГЭУ. СПб. Выпуск №1, 2021, 75 с.

В сборнике представлены десять лучших докладов, представленных студентами СПбГЭУ на студенческой научной конференции «Социально-экономические преобразования и трансформация российского общества в постпандемическом мире» (зимняя сессия, 15 декабря 2020) в порядке убывания рейтинга. Конференция проведена в соответствии с приказом № 205-1 ректора СПбГЭУ И. А. Максимцева от 10.11.2020.

Научные руководители:

- канд. физ. мат.-н., доц. Бегун Н. А.
- канд. физ. мат.-н., доц. Дорофеев В. Ю.
- канд. э. н., доц. Ермаченко Ю. Г.
- канд. т. н., доц. Зверева Е. Н.
- канд. физ. мат.-н., доц. Соколова Ж. В.
- ст. преп. Сорокина О. А.

Рук. секции «кафедра высшей математики»

д. т. н., профессор

Савинов Г. В.,

научный секретарь секции «кафедра высшей математики»

к. физ.-мат. н., доцент

Дорофеев В. Ю.,

Оглавление	
Гудова В. Д. Spread газовых рынков NBP и TTF .....	4
Никашкина Е. А., Жихарев А. В., Ковалевский И. Ю. Хаотическая динамика в экономических моделях .....	12
Гунин Н. А. Теория игр.....	16
Косоногов Д. О. Закон больших чисел.....	22
Клюсова Е. К. Женщины-математики и их вклад в развитие математической науки.....	29
Паневина Ю. С. Золотое сечение в человеке.....	40
Коробова М. Ю. Критерий ВАЛЬДА .....	49
Трушкевич И. М. Асимметричная информация и финансовые рынки.....	52
Белькевич А. Д. Метод производной в решении различных экономических задачах.....	58
Сапелкина Т. К., Байдерова В. М. Факторы распространения COVID-19 и применение экспоненциальной функции во время эпидемиологической ситуации.....	65

Гудова В. Д. Spread газовых рынков NBP и TTF

ГРНТИ 27.43.51

## **Spread газовых рынков NBP и TTF**

*Гудова Валерия Дмитриевна, УК-2001*

Научный руководитель:

канд. физ.-мат. н., доц. Дорофеев В. Ю.

### Аннотация

В ходе работы рассмотрены динамики цен на газовых рынках NBP и TTF за 2016-2020 года и изучены spread за этот период. Также показаны периоды с возможностью открытия выгодной сделки и динамика spread на графике.

### **Введение**

В наше время природный газ является необходимым ресурсом в жизни человека. Он используется в различных отраслях народного хозяйства, при производстве электричества, в частности он используется как горючее для автомобилей и для отопления. В связи с этим, с каждым годом объемы добычи и соответственно продажи газа только растут. Если в 2018 году было добыто около 3858 млрд. м<sup>3</sup>, то в 2019 по данным «Бритиш петролеум» в мире было добыто уже 3989 млрд. м<sup>3</sup>. Газ добывается или на отдельных газовых месторождениях, или на смешанных месторождениях, где также добывают нефть. После добычи газ подготавливается к транспортировке, которая в основном осуществляется по трубопроводам или в танкерах в сжиженном виде и также является затратной.



Дата	Англия (пенсы/терм)	Нидерланды (Евро/мегаватт)
01.01.2016	32,77	14,62
04.01.2016	32,65	14,68
05.01.2016	33,35	14,7
06.01.2016	34,6	15,18
07.01.2016	34,85	15,38
08.01.2016	33,75	14,57
11.01.2016	33,65	14,48
...	...	...
12.11.2020	37	14
13.11.2020	38	13,9

Для этого были использованы данные с сайта <https://www.bloomberg.com/markets/currencies>.

Timestamp	Bid Close	Bid Close	Bid Close
01.01.2016	0,7351	1,3562	1,0858
04.01.2016	0,7363	1,3581	1,0829
05.01.2016	0,7319	1,3648	1,0746
06.01.2016	0,7372	1,3565	1,0778
07.01.2016	0,7479	1,3367	1,0934
08.01.2016	0,7524	1,33	1,0929
11.01.2016	0,7466	1,3387	1,0859
...	...	...	...
12.11.2020	0,9	1,1108	1,1804
13.11.2020	0,8968	1,1142	1,1832

Также был совершен перевод термов в мегаватты по коэффициенту 34,095.

Дата	Англия (Евро/мегаватт)	Нидерланды (Евро/мегаватт)
01.01.2016	15,20	14,62
04.01.2016	15,12	14,68
05.01.2016	15,54	14,7
06.01.2016	16,00	15,18
07.01.2016	15,89	15,38
08.01.2016	15,29	14,57
11.01.2016	15,37	14,48

12.01.2016	14,79	14,05
13.01.2016	15,13	14,25
...	...	...
12.11.2020	14,03	14
13.11.2020	14,36	13,9

Полученные цены представлены ниже на графике.



## 2. Анализ исходных данных

Рассмотрим «случайного брокера», то есть пусть покупка-продажа газа происходит случайным образом. Выясним возможность получения прибыли за различные периоды.

В данной работе не учитываются затраты на перевозку газа, а рассматриваются только непосредственно покупка и продажа газа. Также необходимо учесть, что стоимости будут меняться в зависимости от брокерских фирм.

Формула, по которой ведётся расчет взята из учебника В.Е. Гмурмана «Теория вероятностей и математическая статистика». Она представляет собой

вычисление наблюдаемого значения критерия  $Z_{\text{набл}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{D(X)/n + D(Y)/m}}$  и его

сравнение с критической точкой, вычисленной как аргумент функции Лапласа.

С использованием сравнения двух средних генеральных совокупностей, представленных в учебнике В.Е. Гмурмана, были проанализированы возможности равенства средних цен по годам и также летним и зимним газовым сезонам. В ходе вычислений, был получен результат, что отвержение нулевой гипотезы при уровне значимости равном 0,01 происходит только в период с ноября 2016 по февраль 2017. При уровне значимости 0,01 значение функции Лапласа равняется 0,495, а аргумент соответственно 2,58.

Дата	Дисперсия		Значение z_набл		Результат
	Англия	Нидерланды			
03.2016- 10.2016	3,31	2,48	0,8477524	Z_набл < Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.
11.2016- 02.2017	2,63	2,38	4,0147101	Z_набл > Z_кр	Отвержение нулевой гипотезы.
03.2017- 10.2017	2,38	0,79	-1,651686	Z_набл > Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.
11.2017- 02.2018	13,31	12,36	2,1039221	Z_набл < Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.
03.2018- 10.2018	32,52	23,73	0,354774	Z_набл < Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.
11.2018- 02.2019	7,25	6,97	1,4255144	Z_набл < Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.
03.2019- 10.2019	5,08	5,92	-0,734119	Z_набл > Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.
11.2019- 02.2020	5,29	4,86	0,2633782	Z_набл < Z_кр	Принятие нулевой гипотезы.



03.2020- 10.2020	12,00	10,43	0,0405328	$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$	Принятие нулевой гипотезы.
---------------------	-------	-------	-----------	-----------------------------------	----------------------------

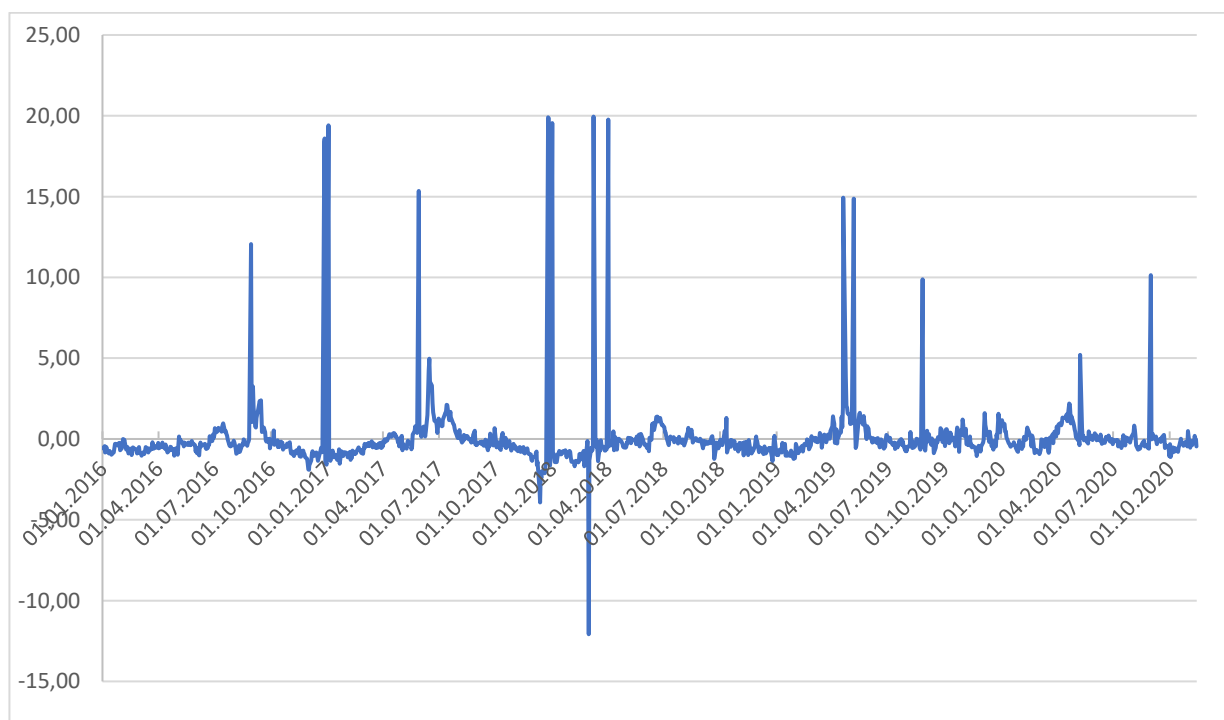
Также был проведен анализ данных при уровне значимости равном 0,1. В результате получено, что отвержение нулевой гипотезы при данном уровне значимости происходит в периоды с ноября 2016 по февраль 2018. При уровне значимости 0,1 значение функции Лапласа равняется 0,45, а аргумент соответственно 1,65.

Дата	Дисперсия		Значение $z_{\text{набл}}$		Результат
	Англия	Нидерланды			
03.2016 - 10.2016			0,847752 4	$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$ р	Принятие нулевой гипотезы.
11.2016 - 02.2017	3,31	2,48	4,014710 1	$Z_{\text{набл}} > Z_{\text{кр}}$ р	Отвержение нулевой гипотезы.
03.2017 - 10.2017				$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$ р	Отвержение нулевой гипотезы.
11.2017 - 02.2018	2,38	0,79	-1,651686 1	$Z_{\text{набл}} > Z_{\text{кр}}$ р	Отвержение нулевой гипотезы.
03.2018 - 10.2018	13,31	12,36	2,103922 1	$Z_{\text{набл}} > Z_{\text{кр}}$ р	Отвержение нулевой гипотезы.
11.2018 - 02.2019				$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$ р	Принятие нулевой гипотезы.
03.2019 - 10.2019	32,52	23,73	0,354774 4	$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$ р	Принятие нулевой гипотезы.
11.2019 - 02.2020	7,25	6,97	1,425514 4	$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$ р	Принятие нулевой гипотезы.
03.2019 - 10.2019				$Z_{\text{набл}} > Z_{\text{кр}}$ р	Принятие нулевой гипотезы.
11.2019 - 02.2020	5,08	5,92	-0,734119 2	$Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$ р	Принятие нулевой гипотезы.

Также была исследована разница (spread) между ценами покупки и продажи газа за 5 лет.

Дата	TRGBNBPD1- TRNLTFD1	Дата	TRGBNBPD1- TRNLTFD1
01.01.2016	-0,58	13.01.2016	-0,88
04.01.2016	-0,44	14.01.2016	-0,83
05.01.2016	-0,84	15.01.2016	-0,98
06.01.2016	-0,82	18.01.2016	-0,86
07.01.2016	-0,51	19.01.2016	-0,83
08.01.2016	-0,72	20.01.2016	-0,59
11.01.2016	-0,89	21.01.2016	-0,31
12.01.2016	-0,74	22.01.2016	-0,30

На основании данных был построен график spread по датам для большей наглядности его роста и падения.



Из графика и данных таблиц можно сделать выводы, когда открытие и закрытие сделок по spread принесет выгоду. Например, при открытии сделки 1.12.2016, когда spread составляет -1,91, и закрытии её 27.12.2016 (spread=18,60), можно получить выгоду в 20,51 с 1 мегаватта.

### 3. Выводы

В ходе данной работы были исследованы динамики цен на газ на рынках Великобритании и Нидерландов. Были найдены периоды получения случайного spread с помощью сравнения двух средних генеральных совокупностей и также наглядно представлена динамика spread на графике и предложен вариант открытия сделки для получения прибыли. Основываясь на полученных результатах с различными уровнями значимости, можно сделать вывод, что spread на данном рынке небольшой. Но учитывая результаты по периодам при уровне значимости 0,1, можно сказать, что данный рынок является достаточно выгодным для брокера.

#### Использованная литература

1. Bloomberg [Электронный ресурс]/ NYC - Режим доступа: <https://www.bloomberg.com/markets/currencies>, свободный.
2. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. Пособие для вузов/В. Е. Гмурман – 9-е изд., стер. – М.: Высш. Шк., 2003. – 479 с.

Никашкина Е. А., Жихарев А. В., Ковалевский И. Ю. Хаотическая динамика в экономических моделях

ГРНТИ 27.39.25

## **Хаотическая динамика в экономических моделях**

*Никашкина Екатерина Александровна (М-2012),*

*Жихарев Артем Викторович (М-2007),*

*Ковалевский Иван Юрьевич (М-2007)*

Научный руководитель:

канд. физ.-мат. н., доц. Бегун Н. А.

### Аннотация

Целью доклада является изучение хаотической динамики в экономических моделях. Доклад состоит из 4 частей: гистерезис, хаос, модель инфляции и план (какие направления надо развивать). Читатель из доклада может познакомиться с операторами гистерезиса, с теорией динамического хаоса, рассмотреть стоп-оператор и бифуркационную диаграмму, а также узнать в каких направлениях должны развиваться исследования.

### 1. Гистерезис

Операторы гистерезиса представляют из себя семейство отображений, основной отличительной чертой которых является то свойство, что их текущее состояние зависит не только от значения аргумента, но и от предыстории рассматриваемой системы. Заметим, что "предыстория" в данном контексте понимается максимально широко, и система не обязательно сводится к системе с запаздыванием (то есть к зависимости от  $(t-\tau)$ , где  $t$ -это время, а  $\tau$ -запаздывание).

Например, существует предположение, что Великая депрессия до сих пор влияет на решения, принимаемые экономическими агентами (см. [1]), несмотря на то что среди них уже почти нет непосредственных участников событий 1929 года. Иными словами, наблюдаемый феномен является частью коллективного бессознательного, и подобное поведение передается из поколения в поколение на уровне элементарных установок (особенно тех, которые связаны с возможными рисками).

Таким образом, для построения адекватной экономической модели, в которой будет учитываться все вышеизложенное, необходимо допустить сосуществование нескольких возможных режимов, между которыми могут происходить переключения, влияющие на все дальнейшее развитие. Именно это и позволяют сделать гистерезисные операторы.

Аналогичным образом гистерезисные операторы находят приложения в самых различных областях [2,3,4].

## 2. Хаос

Теория динамического хаоса занимается изучением систем, которые - с одной стороны - являются детерминированным (каждая последующая итерация однозначно задана с помощью заранее известной функции), но в то же время обладают чувствительностью к начальным данным (орбиты изначально близких точек становятся далеки друг от друга), что делает невозможным ее долгосрочное прогнозирование.

В качестве примера можно привести систему, описывающую атмосферные явления. Именно из-за ее хаотичности погоду не умеют предсказывать более чем на 2-3 дня.

## 3. Модель инфляции

Основой нашего исследования является работа [5], в которой впервые была предпринята попытка использовать стоп-оператор (понятие введено Л. Прандтлем в [6]), а точнее - его дискретный аналог, для построения макроэкономической модели инфляции. Стоп-оператор в ней интерпретируется как риск, допускаемый торговым агентом.

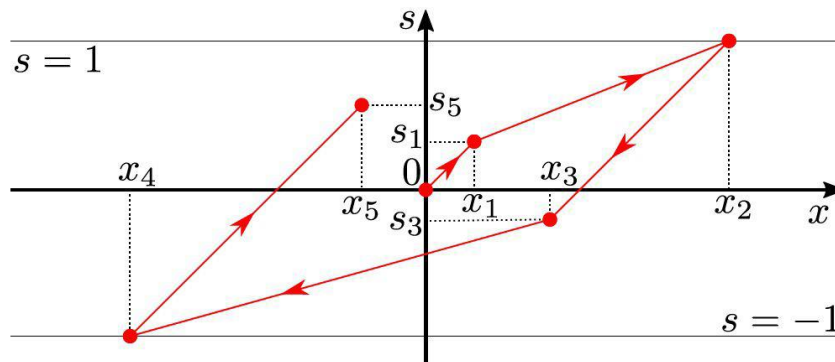


Рисунок 1 стоп-оператор.

Рассмотрим  $s_0 \in [-1; 1]$  и последовательность  $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ ,  $x_n \in \mathbb{R}$ . Стоп-оператор  $S$  (см. рис. 1) отображает пару  $s_0, \{x_n\}$  в последовательность

$$s_{n+1} = \Phi(s_n + x_{n+1} - x_n), n \in \mathbb{N}_0,$$

где функция  $\Phi$  задана следующим образом

$$\Phi(\tau) = \begin{cases} -1, & \tau < -1 \\ \tau, & |\tau| \leq 1 \\ 1, & \tau > 1 \end{cases}$$

Рассмотрим систему

$$\begin{cases} x_{n+1} = \lambda x_n + \alpha s_n, \\ s_n = \Phi(s_n + x_{n+1} - x_n), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\lambda \in (-1; 1)$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ . В статье изучена динамика системы (1) при различных значениях параметров  $\lambda$  и  $\beta = \alpha + \lambda$  (см. рис. 2).

Было доказано существование такой области параметров  $\Gamma = \{(\alpha, \lambda) : \lambda < 0, \alpha + \lambda > 1\}$ , что для любых  $(\alpha, \lambda) \in \Gamma$  система (1) имеет хаотическую динамику.

Позже в работе [7] был изучен механизм возникновения хаотической динамики в системе (1). Для этого задача была сведена к 1-мерному отображению Пуанкаре, график которого внешне напоминал пилу с бесконечным числом резцов (the Saw map).

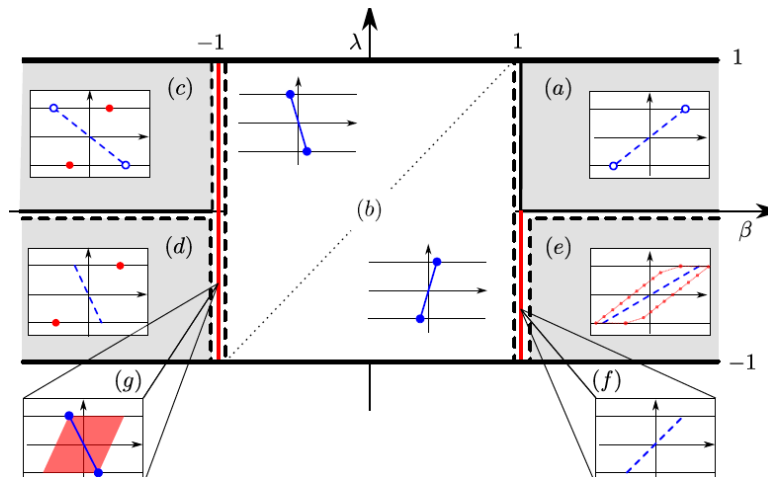


Рисунок 2 бифуркационная диаграмма

На рисунке 2 синим цветом изображен отрезок, состоящий из точек покоя. Устойчивые точки покоя изображены сплошной линией, неустойчивые — пунктиром. В случаях (a) и (c) конечные точки отрезка полуустойчивы. Мелкопунктирная линия в случае (b) соответствует множеству параметров, при котором наклон отрезка бесконечен. Периодические орбиты изображены красным цветом. В случаях (c) и (d) это устойчивая орбита периода два. Красный параллелограмм в случае (g) заполнен устойчивыми орбитами периода два. В случае (e) возникает хаотическая динамика и наблюдаются орбиты сколь угодно большого периода.

#### 4. План

Развивать исследования планируется в следующих направлениях. Изначально экономическая модель в [5] была многомерной. Так что, во-первых, планируется повысить размерность системы (1) или ее аналога, что потребует, в частности, переработать концепцию дискретного стоп-оператора для больших размерностей.

Во-вторых, значительный интерес представляет осмысление полученных результатов с экономической точки зрения.

Кроме того, планируется изучение аналога системы (1) с оператором гистерезиса, порожденным разрывной функцией  $\psi$ ,

$$\psi(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{if } |\tau| > 1 \\ \tau & \text{if } |\tau| \leq 1 \end{cases}$$

более точно описывающей возникающие риски. Уже первые полученные результаты показывают, что в такой системе возникает очень сложная одномерная разрывная динамика, общей теории для которой до сих пор не существует.

#### Список литературы:

- [1] PaulOrmerod. Information cascades and the distribution of economic recessions in capitalist economies. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 341, 556-568.
- [2] G. Friedman, S. McCarthy, and D. Rachinskii. Hysteresis can grant fitness in stochastically varying environment. *PloS ONE*, 9(7):e103241, 2014.
- [3] R. S. Harris. Pressure-volume curves of the respiratory system. *Respiratory care*, 50(1):78-99, 2005.
- [4] R. Cross, H. McNamara, A. Pokrovskii, and D. Rachinskii. A new paradigm for modelling hysteresis in macroeconomic flows. *Physica B: Condensed Matter*, 403(2):231-236, 2008.
- [5] M. Arnold, N. Begun, P. Gurevich, E. Kwame, H. Lamba, and D. Rachinskii, "Dynamics of Discrete Time Systems with a Hysteresis Stop Operator", *SIAM J. Dyn. Sys.*, (2017).
- [6] L. Prandtl. Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Korper. *ZAMMJournal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, 8(2):85-106, 1928.
- [7] Nikita Begun, Pavel Kravets, Dmitrii Rachinskii. Chaos in Saw Map. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2019, vol. 29, No. 2. 1930005-1 – 1930005-14.

Гунин Н. А. Теория игр

ГРНТИ: 28.29.05

## Теория игр

Гунин Никита Алексеевич, М-2003

*Научный руководитель:*

*канд. т. н., доц. Зверева Е. Н.*

### Аннотация

В докладе представлены информационные математические модели теории игр с практическим применением концепции «равновесие Нэша».

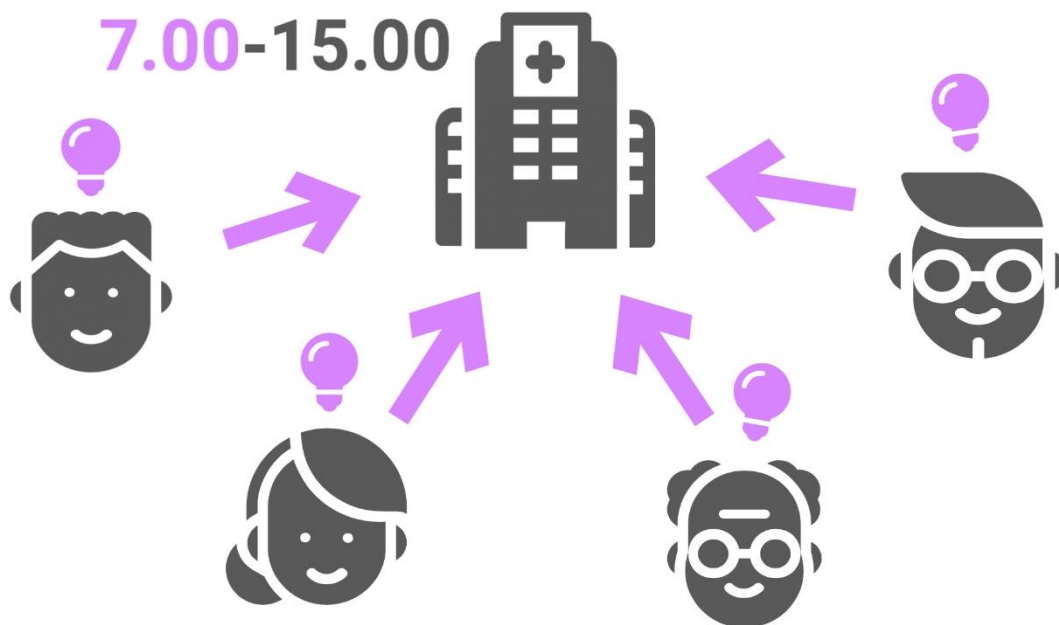
Теория игр – наука, занимающая «промежуточное» положение между математическими и социальными дисциплинами. Она изучает методiku принятия наиболее рационального решения в ситуациях с несколькими взаимодействующими субъектами.

Теория игр – довольно ёмкий научный раздел, она содержит множество серьезных теорем, типов игр и взаимодействий.

Например, представьте, что вам предстоит поход в поликлинику на медосмотр. Поликлиника открывается рано утром и закрывается где-то в районе обеда. Вы решаете прийти ровно к открытию поликлиники – на часах 7.00, а значит большинство людей еще спит. Вы уже представляете, как без очередей проходите всех врачей и благополучно покидаете поликлинику. Но на деле всё оказывается далеко не так. К сожалению, такое «рациональное» решение приняло большинство людей, проходящих медосмотр вместе с вами. Как итог – длинные и утомительные очереди в 7 утра, а самое неприятное – ваше потерянное время. С точки зрения теории игр все посетители поликлиники попытались максимизировать собственную выгоду, однако, итоговое взаимодействие всех участников отразило совершенно обратный



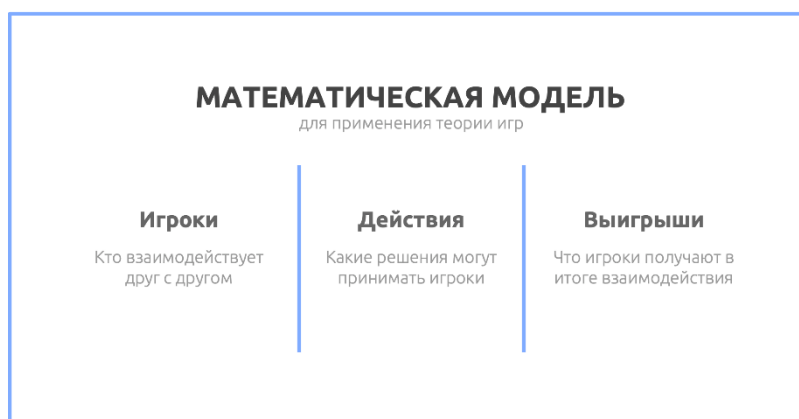
результат.



Теория игр предназначена для принятия объективно рациональных решений как в экономике, так и в политике, спорте, менеджменте.

Теория игр требует описания жизненной ситуации математическим языком. Строится модель: определяются субъекты взаимодействия, варианты их поведения, итоги взаимодействия.

К примеру, в случае с поликлиникой игроки – это её посетители, их варианты принятия решений: пойти или не пойти в поликлинику к её открытию, в итоге взаимодействия игроки получают сэкономленное (или утраченное) время.



Давайте разберем следующую ситуацию (это, кстати, самая известная игра в теории игр) – два директора крупных компаний подозреваются полицией в ценовом сговоре и вызываются на допрос. Их посадили в две отдельных камеры, у каждого есть дилемма (две стратегии) – молчать или сознаться в преступлении, заложив своего подельника.

Если оба будут молчать, то оба директора сядут всего на год. Если Алексей сознается, а Олег промолчит, то Алексея сразу же отпустят, а Олега посадят на 15 лет. Аналогично, если сознается Олег, а Алексей промолчит, то выпустят Олега, а посадят Алексея. Если оба сознаются – то каждого посадят всего на 5 лет.

		<b>ОЛЕГ</b>	
		<b>Молчать</b>	<b>Сознаться и заложить</b>
<b>АЛЕКСЕЙ</b>	<b>Молчать</b>	1 год; 1 год	15 лет; 0 лет
	<b>Сознаться и заложить</b>	0 лет; 15 лет	5 лет; 5 лет

Какой же исход игры наиболее выгоден для директоров? Очевидно, молчать и через год выйти на свободу. Но вдруг кто-то не станет молчать и придется сидеть в тюрьме 15 лет? Давайте рассмотрим ситуацию с точки зрения теории игр.

Каждый из заключенных не знает, какой вариант выбрал другой заключенный. Посмотрим на ситуацию с точки зрения Алексея. Он, сидя в своей одиночной камере, не знает, что сделал Олег – принял решение молчать или сознался.

Он думает так – «если Олег молчит, то мне лучше его заложить. Тогда меня сразу выпустят, иначе меня посадят на год. Если Олег сознался – то мне тем более лучше сознаться – промолчу – сяду на 15 лет, а сознаюсь – только на пять.»»

		<b>ОЛЕГ</b> ↓	
		Молчать	Сознаться и заложить
<b>АЛЕКСЕЙ</b> →	Молчать	1 год; 1 год	15 лет; 0 лет
	Сознаться и заложить	0 лет; 15 лет	5 лет; 5 лет

Получается, Алексей не знает, что сделает Олег, но при любом раскладе ему лучше сознаться.

Специалисты по теории игр говорят, что «сознаться и заложить» для Алексея является доминирующей стратегией. Данная стратегия является оптимальной, что бы не сделал Олег.

Абсолютно аналогичной является стратегия поведения и для Олега – «сознаться и заложить» является лучшим решением – доминирующей стратегией.

Сознаться и заложить

- данная стратегия является так называемым «**равновесием Нэша**» - решением, которое не захочет менять ни один из игроков (в нашем случае заключенный).

**Равновесие Нэша** – такая комбинация стратегий субъектов взаимодействия в игре, при которой ни один игрок не сможет выиграть больше

от изменения своей стратегии, если остальные игроки останутся при изначальных стратегиях.

Казалось бы, выходит противоречие здравому смыслу - заключенным выгодно промолчать, но следуя теории игр, оба заключенных сознаются, совершая наиболее рациональное решение.

Данная модель применима и к более серьезным ситуациям.

У Индии и Пакистана есть два варианта поведения – отказаться от использования оружия, либо же трансформироваться в ядерное государство.

Каким было бы наилучшее решение для обеих стран? Казалось бы, очевидно – оставаться безъядерными – это сэкономит державам деньги, сделает регионы более безопасными, предотвратит наступление ядерной войны. Однако, мы знаем, что и у Индии, и у Пакистана ядерное оружие есть. Почему? Это также можно объяснить с помощью теории игр. Каждая страна не знала, какое решение принимает другая страна касательно ядерного оружия. Исходя из матрицы, ниже следует, что для каждой страны создавать ядерное оружие – доминирующая стратегия в условии неизвестности того, что делает другой игрок.

		ПАКИСТАН ↓	
		Без оружия	С оружием
ИНДИЯ →	Без оружия	0 ед. ущерба; 0 ед. ущерба	100 ед. ущерба; 1 ед. ущерба
	С оружием	1 ед. ущерба; 100 ед. ущерба	50 ед. ущерба; 50 ед. ущерба

С оружием - стратегия, являющаяся равновесием Нэша.

Рассмотренные информационные математические модели «теории игр» могут оказаться полезными при принятии решений в особо важных и проблемных вопросах политики, бизнеса, экономики. Применение представленных примеров взаимодействия нескольких участников, позволяют выработать согласованность действий партнёров для положительного исхода каждого участника.

#### Список литературы.

1. [https://www.forbes.com/2006/12/10/business-game-theory-tech-cx\\_th\\_games06\\_1212harford.html#4536c045e942](https://www.forbes.com/2006/12/10/business-game-theory-tech-cx_th_games06_1212harford.html#4536c045e942) - A Beautiful Theory
2. <http://economics.fundamentalfinance.com/game-theory/introduction-game-theory.php> - An introduction to a Game Theory
3. <https://postnauka.ru/faq/55534> - Что такое Теория Игр?
4. Джон Фон Нейман, Оскар Моргенштерн - Theory of Games and Economic Behavior

## **Закон больших чисел**

*Косоногов Дмитрий Олегович, Э-1909.*

Научный руководитель:  
канд. эк. н., доц. Ермаченко Ю. Г.

### Аннотация

В данной статье рассматривается способ применения закона больших чисел в реальной жизни, как с помощью этого закона заработать деньги на фондовой бирже и к какому выводу автор приводит своих читателей, касательно выбора стратегии торговли на рынке ценных бумаг.

Также статья знакомит читателя с фундаментальными понятиями закона больших чисел и кратко повествует о ее авторе – Якобе Бернулли.

Эта публикация подойдет для тех, кто хочет заставить деньги «работать на себя», ведь одним из самых доступных и надежных способов приумножить капитал в наше время – является торговля на фондовом рынке.

Якоб Бернулли родился 6 января 1655 года в семье успешного аптекаря Николая Бернулли. Сначала по просьбе отца он изучал теологию в Базельском университете, но затем увлекся математикой, которую изучал самостоятельно.

В 1687 году он открыл для себя первые мемуары Лейбница (1684 года) об анализе и через какое-то время обратился с просьбой разъяснить ему несколько трудных частей. Ответ он получил только через три года, так как Лейбниц в то время находился в командировке в Париже; за это время Яков Бернулли самостоятельно освоил дифференциальное и интегральное исчисление и приобщил к этому увлечению своего брата Иоганна. И с этого момента началось их активное и взаимовыгодное сотрудничество, благодаря которому они смогли значительно обогатить анализ.

Якоб Бернулли ввел значительную часть современных понятий теории вероятностей и был основателем закона больших чисел, который был изложен

в подготовленной им монографией в этой области и изданной посмертно его братом Николаем, под названием "Искусство спекуляции", в 1713 году, в период пандемии чумы 1710—1830 годов. [1] [2]

Этот закон применим к инвестициям, здравоохранению и страхованию – во всех областях, где нужно анализировать массив информации.

- Для страхования это расчет страховой премии.
- В банковской деятельности – это расчет ставки по кредиту с тем, чтобы покрыть убытки, возникающие из-за клиентов, не выплачивающих займ.
- В медицине – позволяет выявить статистику средней заболеваемости по месяцам и в зависимости от этого выработать нормы снабжения медучреждений.
- Даже при установке нормы «холодных звонков» используется закон больших чисел, в статистике он помогает рассчитать средний процент успешных звонков. На основе этого рассчитывается норма для каждого менеджера.

### **Что такое закон больших чисел**

Для начала разберемся с терминами:

- **Математическое ожидание** – это усредненное значение случайной величины. Например, пусть случайная величина  $X$  может принимать только значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , вероятности которых соответственно равны  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Тогда математическое ожидание  $M(X)$  случайной величины  $X$  определяется равенством

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n.$$

[4, стр. 76]

Если у нас есть игральная кость, то при каждом броске вероятность выпадения цифры от 1 до 6 равна. Матожидание же рассчитывается как

среднее значение выпавшего результата на определенной выборке, его величина зависит от выбранной выборки;

- **Случайная величина** – любое событие, которое может произойти, а может и не произойти, то есть, вероятность этого события менее 100%. Примером может послужить – подбрасывание монетки

Проще говоря, закон больших чисел - это закон, который позволяет вам понять, каким будет результат эксперимента, если вы проведете его неоднократно. Чем больше число таких экспериментов, тем ближе результат будет к математическому ожиданию.

Более того, закон больших чисел - это закономерность, позволяющая предсказывать исход случайных событий в длительной перспективе. Это важно при прогнозировании и оценке рисков в любой сфере человеческой деятельности.

Чтобы визуализировать закон, представьте себе подбрасывание монеты. Вероятность выпадения одной из сторон составляет 50%. если вы подкинете её 10 раз, распределение может быть 7 к 3 или 2 к 8.

Но если вы продолжите эксперимент 1000, 100 000 раз, распределение приблизится к 50/50. То есть частота возникновения каждого события в длительном периоде стремится к вероятности его возникновения.

причем вероятность того, что частота принимает значение  $m/n$ , выражается по формуле Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$





Другой пример – бросок игральной кости. В каждом эксперименте может выпасть число от 1 до 6, но закон больших чисел гласит, что за большое количество попыток среднее арифметическое суммы бросков приближается к 3,5. результаты эксперимента доказывают это на практике.



Аналогичную закономерность можно обнаружить, например, при изучении результатов коммуникации между страховыми агентами и потенциальными клиентами. При большой выборке получается, что в среднем

на 1000 звонков заключается определенное количество контрактов. Поэтому важно понять суть закона больших чисел, он работает в любой области.

Без применения этого закона невозможно было бы планировать развитие бизнеса и оценивать результаты его деятельности в прошлом.

### **Как разбогатеть используя закон больших чисел в инвестировании.**

Зная, что подразумевается под законом больших чисел, инвестор может предсказать результаты инвестиций.

Если взять достаточно длительный период времени для исследований, то в дальнейшем, при использовании данной инвестиционной стратегии, результат, скорее всего, будет близок к тому, что было получено в истории.

Данный метод применим к индексу S&P 500 (фондовый индекс, в корзину которого включено 505 избранных торгуемых на фондовых биржах США публичных компаний, имеющих наибольшую капитализацию.), под тикером SPY, созданным в 1993 году.



Для тестирования выберем любой период времени, например, 2010-2016 годы. В отчете нас интересует математическое ожидание или средний

арифметический прирост капитала за год.

Теперь мы проведем форвардный тест (возьмем раздел истории после 2016 года). По закону больших чисел мы должны получить примерно такой же результат и в будущем.

Ожидания оправдались - они ожидали среднегодовой доходности в 13,6%, а в форвардном тесте получили 15,4%. Расхождение составило 13,2%, что является хорошим результатом для не особенно большой дистанции.

Закон больших чисел показывает, каким будет результат случайного события с наибольшей вероятностью. Но это не гарантирует, что в каждом последующем испытании результат будет строго равен математическому ожиданию. Так после 2000 года начался спад и Фонд просел, инвестор получил убыток.

Причина этих расхождений - работа с малыми временными интервалами. Здесь уместна аналогия с подбрасыванием монеты: если вы подбросите её 1 миллион раз, распределение орла и решки будет почти 50/50; но если выборку из этого миллиона бросков исследовать, например, в 10-20 опытах, то распределение может быть любым – 10 к 0, 6 к 4 или 3 к 7.

То же самое относится и к инвестированию. Но темпы изменение индекса ETF напрямую связано с темпами роста экономики страны, а поскольку, экономика циклична, то становится возможным предсказать, то что ждет индекс через несколько лет. На мой взгляд, если говорить про текущее положение индексных фондов, то стоимость их акций находится на историческом максимуме и последние несколько лет они только продолжают расти, так что, можно предположить, что в течении нескольких лет, должен произойти спад.

Суть закона больших чисел, заключается в том, что он применим только при наличии достаточного массива информации и чем больше данных предложено, тем ближе будет значение к математическому ожиданию, поэтому, прежде чем применять этот закон в жизни нужно убедиться в том, обладаете ли вы достаточным количеством информации и является ли эта

информация достоверной, если это так, то вы с практически со 100% вероятностью сможете сделать верный прогноз для длительного периода времени либо для большого количества испытаний в какой либо сфере деятельности.

«Фондовый рынок - это механизм перевода денег от нетерпеливых к терпеливым.»

Уоррен Баффет.

Ссылки:

[1] ru.wikipedia.org [Электронный ресурс] Режим доступа – <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%BD%D1%83%D0%BB%D0%BB%D0%B8,%D0%AF%D0%BA%D0%BE%D0%B1>.

(Дата обращения – 02.12.20)

[2] ru.wikipedia.org [Электронный ресурс] Режим доступа - [https://ru.wikipedia.org/wiki/Пандемии\\_чумы](https://ru.wikipedia.org/wiki/Пандемии_чумы). (Дата обращения – 02.12.20)

[3] stolf.today [Электронный ресурс] Режим доступа - <https://stolf.today/spdr-sp-500-spy.html>. (Дата обращения – 02.12.20)

[4] Учебник под редакцией В. Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика.

[5] stolf.today [Электронный ресурс] Режим доступа - <https://stolf.today/zakon-bolshix-chisel.html>. (Дата обращения – 02.12.20)

Клюсова Е. К. Женщины-математики и их вклад в развитие математической науки

ГРНТИ 27.01.09

## **Женщины-математики и их вклад в развитие математической науки**

*Клюсова Екатерина Константиновна, Э-1912*

Научный руководитель:

канд. эк. н., доц. Ермаченко Ю. Г.

### **Аннотация**

Данная статья посвящена анализу деятельности некоторых женщин-математиков, особенностям их биографии. Кроме этого, в данной статье были выделены открытия женщин-математиков в области математической науки, тем самым был выделен вклад каждой женщины в развитие математической науки.

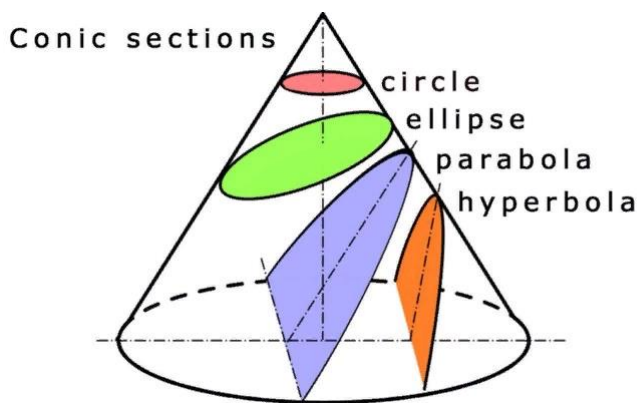
### **Введение**

Математика как область науки или философии была в значительной степени закрыта для женщин на протяжении большей части истории. Большинство представительниц женского пола были ограничены в том, как они могли применять свои мыслительные способности и таланты, однако во всяком случае некоторые смогли преодолеть эти препятствия, чтобы построить карьеру, внося существенный вклад в развитие предмета, который они любили. Некоторые из этих замечательных женщин включают Гипатию, Софи Жермен, Аду Лавлейс, Софью Ковалевскую и Эмми Нетер. Каждая из этих женщин внесла существенный вклад в развитие математики. Так, на протяжении всего изучения математики были сделаны значительные вклады в эту область некоторыми известными именами, в основном среди них авторы-мужчины, такие как Исаак Ньютон, Готфрид Лейбниц, Рене Декарт, но также было много умных и влиятельных женщин, увлекающихся изучением математической наукой. Следующие несколько знаменитых женщин убедили, что гендерные различия в стандартно направленных на представителей

мужского пола дисциплинах, таких как математика, являются лишь вопросом предпочтений, а не способностей.

### 1. Гипатия (370-415 гг.)

Гипатия родилась в середине IV века и была дочерью Александрийского философа и математика Теона. Теон являлся представителем одним из самых просвещенных людей того времени. Будучи дочерью высоко ценимого философа из высшего света, она получила такое же образование, как и её сверстники. Став немного взрослее, Ипатия быстро доказала, что в математике она разбирается лучше, чем ее отец. И в какой-то момент она превратилась из ученицы своего отца в его коллегу. К 13 годам она утвердилась в Александрии как огромная интеллектуальная сила. Позже она стала учителем и наставником своего отца. Многие люди были потрясены ее умственными способностями и среди них существенное количество молодых людей восприняли ее в качестве своего учителя. После с Гипатией стали взаимодействовать молодые люди, большинство которых обратились к ней, чтобы занять высокие места в Римской Империи. Она также рассказывала другим об устройствах, используемых в этих предметах, таких как астролябия. Ее блестящие познания в астрономии, философии и математике способствовали становлению Ипатии как первой и последней величайшей женщины-мыслителя древней Александрии. В области математики она совершила некоторое количество достижений, в частности в своей работе над коническими разрезами, редактируя Коники Аполлония и развивая идеи гипербол, парабол и эллипсов.



Эти идеи были определены посредством деления конуса с плоскостями разнообразными способами. Также Гипатия запомнилась особенно подробным описанием раннего гидрометра.

### Рис. 3. "Конические сечения Гипатии"

Не смотря на то, что смерть Гипатии была довольно трагической, жизнь её была вдохновляющей, наполненной высокими достижениями и прогрессом в математике и естественных науках.

## 2. Мари-Софи Жермен (1776-1831 гг.)

Мари-Софи Жермен была французским математиком, физиком, а также философом. Она обладала огромным тяготением к математике, особенно к теории чисел и дифференциальной геометрии. В первый раз она познакомилась с математикой будучи 13-летней девочкой, пришедшей в библиотеку своего отца с тем, чтобы немного отдохнуть.

В обществе с гендерными стереотипами она не могла построить карьеру в математике, но продолжала изучать математические книги из библиотеки своего отца и поддерживать связь с некоторыми известными математиками, включая Лагранжа, Лежандра и Гаусса под псевдонимом М. Леблан.

В 1816 году она стала обладательницей большой премии Парижской Академии Наук за свои сочинения об упругости, которые стали главной причиной того, что она стала первой женщиной, обучающейся в Академии. Основным вкладом Софи Остин в математику была попытка сформулировать последнюю теорему Ферма. В письме к Гауссу она описала алгоритм общего доказательства последней теоремы Ферма. В ее письме был описан первый значительный прогресс относительно доказательств за последние 200 лет. За ее вклад в математику и естественные науки Геттингенский университет решил наградить Софи посмертной почетной степенью, вопреки тому, что она была женщиной. Однако она умерла в 1831 году от рака груди, и ей так и не была присуждена ученая степень. Таким образом, одной из ее величайших работ была последняя теорема Ферма, заложившая фундамент для математиков, отважившихся на эту тему даже сотни лет спустя.

Софи внесла существенный вклад в развитие математической науки, который заключается в следующем:

1. Софи Жермен-автор простых чисел в теории чисел. Так, простое число — это такое простое число  $p$ , что число  $2p + 1$  также простое. Например, 23 является числом Софи Жермен, так как число  $2 \cdot 23 + 1 = 47$  является простым. Первые несколько чисел Софи Жермен: 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, 233, 239, 251, 281, 293, 359, ...

2. Теорема Софи Жермен.

Доказать, что каждое число вида  $a^4 + 4$  есть составное (если,  $a$  не равно

1). Доказательство вытекает из следующих преобразований:

$$a^4 + 4 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 = (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a).$$

3. Самым важным вкладом Софи Остин в математику была попытка сформулировать последнюю теорему Ферма. Со времен Софи Жермен Великая теорема Ферма была разделена на два случая, которые доказываются отдельно. Первый случай - показать, что не существует примитивных решений  $(x, y, z)$  уравнения  $x^p + y^p = z^p$  при условии, что  $p$  не делит произведение  $xуz$ . Второй случай соответствует условию, что  $p$  действительно делит произведение  $xуz$ . Поскольку  $x, y$  и  $z$  попарно взаимно просты,  $p$  делит только одно из трех чисел.

### **3. Августа Ада Байрон Кинг, графиня Лавлейс (1815-1852 гг.)**

Она родилась в аристократической семье в Лондоне. Она была дочерью известного английского поэта Джорджа Гордона, также лорда Байрона, который умер, когда ей было всего восемь лет.

Она широко известна своей самой значительной работой-набором инструкций к раннему механическому универсальному компьютеру Чарльза Бэббиджа под названием "аналитическая машина». - Она была уверена в том, что компьютеры способны сделать гораздо больше, чем калькуляторы.



Сегодня ее помнят, как первую женщину-программиста, которая смогла предсказать о современном компьютере, когда его еще не существовало. В ее честь был назван язык программирования "Ада".

Когда ее попросили перевести мемуары Чарльза Бэббиджа, аналитической машины, Лавлейс пошла дальше и добавила свои собственные комментарии и заметки о методе вычисления последовательности чисел Бернулли: то, что сегодня известно как первая в мире компьютерная

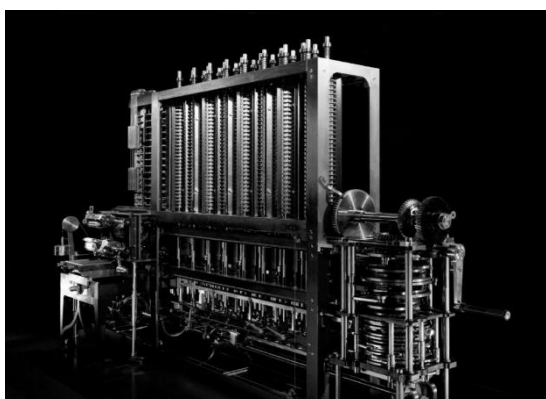


Рис. 4 "Аналитическая машина Чарльза Бэббиджа"

программа, впоследствии стало главной причиной того, Ада Лавлейс стала известна как первый в мире компьютерный программист. В 1830-х годах она в возрасте семнадцати лет вместе с Чарльзом Бэббиджем создала разностную машину. В самом простом

смысле разностная машина рассматривалась в качестве калькулятора. В более широком смысле эта самая машина была прародителем современного компьютера в силу способности машины решать практически любую математическую задачу благодаря сложности прибора и того, что он мог реагировать на управляемые пользователем команды перфокарты. "Язык" этого "компьютера», разработанный Ада Лавлейс, впоследствии был признан первым компьютерным языком.

#### 4. Софья Васильевна Ковалевская (1850-1891 гг.)

Софья Ковалевская была первой женщиной, получившей докторскую степень по математике.

Отец Ковалевской предоставлял ей частные уроки, в том числе математику в возрасте до 15 лет. Однако он не разрешал ей выезжать за границу для продолжения образования, а российские университеты не принимали студенток. Чтобы избежать этих препятствий, Ковалевская

заклучила брак по расчету со студентом-палеонтологом, и они отправились в германский город-Гейдельберг. Она начала там свое обучение, а спустя годы переехала в Берлин и по причине отказа в приеме в университет из-за своего пола брала частные уроки у Карла Вейерштрасса, которого часто называют отцом современного анализа.

Ковалевская стала первой женщиной, получившей степень доктора математики, после представления трех работ в Геттингенском университете. Они охватили уравнения в частных производных, динамику колец Сатурна и эллиптические интегралы. Университет был настолько впечатлен, что присвоил ей докторскую степень без необходимости устного экзамена и занятий. В Стокгольмском университете Ковалевская стала первой женщиной в Европе, занявшей должность профессора. Французская Королевская академия наук присудила ей премию Prix Bordin за работу над кольцами Сатурна.

Важнейшая работа Ковалевской связана с решением систем дифференциальных уравнений. Она доказала теорему (названную теоремой Коши — Ковалевской) о существовании и единственности локального решения системы дифференциальных уравнений в частных производных.

*Теорема (Коши-Ковалевской)*

$$D_n^t = F(t, x, u, \dots, D^\alpha u), \quad (1)$$

где

$$u = u(t, x), \quad x = (x_1, \dots, x_n), \quad D_{x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k},$$

$$D_t = \frac{\partial}{\partial t}, \quad \alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n), \quad D^\alpha = D_t^{\alpha_0} D_{x_1}^{\alpha_1} \dots D_{x_n}^{\alpha_n},$$

$$|\alpha| = \alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_n, \quad \alpha_0 < n, \quad |\alpha| \leq n,$$

и начальные условия

$$D_t^s u|_{t=t_0} = \varphi^s(x), \quad s=0, 1, \dots, n-1. \quad (2)$$

Теорема С. В. Ковалевской утверждает, что если функции  $\varphi^s$  аналитические в некоторой окрестности точки  $(x_1^0, \dots, x_n^0)$ , а функция  $F$  аналитическая в окрестности  $(t^0, x^0, \varphi^0, \dots, D_{x_1}^{\alpha_1} \dots D_{x_n}^{\alpha_n} \varphi^{\alpha_0}(x^0))$ ,

то существует единственное аналитическое решение  $u(t, x)$  задачи (1), (2) в некоторой окрестности точки  $(t^0, x^0)$ .

Таким образом, София Ковалевская внесла значительный вклад в математическую науку.

### **5. Леди Мэри Люси Картрайт (1900-1998 гг.)**

Дама Мэри Люси Картрайт была одним из самых важных английских математиков 20-го века.

За свою жизнь она опубликовала более 100 работ, а также была первой женщиной-математиком, которая была избрана членом Королевского общества Англии. Она получила несколько наград и признаний, включая медаль де Моргана лондонского математического общества и медаль Сильвестра Королевского общества.

Некоторые из ее важных математических работ, согласно W. K. Newman в бюллетене лондонского математического общества, являются: кривые уровня интегральных и мероморфных функций, функции в единичном диске, обыкновенные дифференциальные уравнения, топология и многое другое.

Мэри Люси Картрайт была одной из немногих женщин двадцатого века, которые добились значительных успехов в преимущественно мужском мире математики. Она внесла значительный вклад в развитие теории функций и дифференциальных уравнений. Ее работа привела к развитию современной теории хаоса.

В 1939 году Департамент научных и промышленных исследований попросил Мэри Картрайт помочь в решении «некоторых весьма спорных дифференциальных уравнений, возникающих в связи с радаром». Она взялась

за эту работу в сотрудничестве с Литтлвудом. Разработка радара во времена Второй мировой зависела от усилителей мощности высокой частоты, и иметь усилители, которые делали бы то, что от них ожидают, было вопросом жизни и смерти. В реальности приборы вели себя непредсказуемо, и солдаты обвиняли в этом производителей. А Картрайт и Литтлвуд выяснили, что производители здесь ни при чем: виноваты были уравнения. Другими словами, когда в стандартное уравнение, которое использовались для того, чтобы спрогнозировать поведение усилителей, вводили определенный тип переменных, начинали происходить странные вещи. Картрайт и Литтлвуд доказали, что, когда длина волны радиоволн уменьшается, их поведение становится нерегулярным и непредсказуемым. Их работа помогла прояснить те загадочные явления, с которыми столкнулись инженеры. Полученные ими результаты о периодичности и устойчивости решений нелинейных дифференциальных уравнений составляют основу современной теории динамических систем и хаоса.

## **6. Эмми Нетер (1882-1935 гг.)**

Эмми Нетер была одним из величайших математиков начала XX века, и ее исследования помогли заложить основу как для современной физики, так и для некоторых ключевых областей математики.

Нетер, еврейская женщина, сделала свою самую важную работу в качестве исследователя в Геттингенском университете в Германии между концом 1910-х и началом 1930-х годов.

Нётер была ведущим математиком своего времени. Великие математики, пришедшие после нее, высоко ценили ее, в том числе Альберт Эйнштейн, Герман Вейль и Павел Александров. Эйнштейн назвал ее «самым значительным творческим математическим гением», и можно утверждать, что без вклада Эмми Нётер теоретическая физика не была бы тем, чем она является сегодня. Она разработала то, что сегодня известно как теорема Нётер. Ее теорема объясняет законы сохранения и их связь с симметрией, она заложила

основу для дальнейшей работы, которая стала необходимой для современной физики и квантовой механики. Нётер также помогла развить теорию колец, и, хотя работа Нётер была центральной как для математики, так и для физики, однако, сегодня почти никто не знает, кто она такая. В дополнение к своей теореме, она положила начало целой дисциплине математики, называемой абстрактной алгеброй.

В 1915 году Нетер открыл одну из самых необычных идей науки, доказав, что каждая симметрия, найденная в природе, имеет соответствующий закон сохранения. Ее первая теорема соединила математику и физику, показав связь между симметрией в природе и универсальными законами сохранения.

Теорема Нётер заключается в том, что любая дифференцируемая симметрия связана с законом сохранения. Так, согласно данной теореме из инвариантности

- относительно сдвига во времени следует закон сохранения энергии;
- относительно пространственных сдвигов закон сохранения импульса;
- относительно пространственного вращения -закон сохранения момента импульса;
- относительно преобразований Лоренца (четырёхмерное вращение в пространстве-времени) - обобщенный закон движения центра масс: центр масс релятивистской системы движется равномерно и прямолинейно.

Влияние ее теории было огромным. Эта теорема дала очень глубокое понимание того, как устроена наша Вселенная.

Теорема Эмми Нётер - не единственный вклад, который она внесла в научное сообщество, и некоторые математики утверждают, что это даже не самый значительный ее вклад. Нётер положила начало целой дисциплине математики под названием абстрактная алгебра. Абстрактная алгебра была одной из самых больших математических инноваций XX века, и Нетер оказал

огромное влияние на ее формирование. В 1920 году она начала разрабатывать абстрактную алгебру, изучающую, как математические понятия соотносятся друг с другом и как они создают математические структуры. Суть дисциплины - изучить структуру математики и привести ее к наиболее абстрактной форме. Целью Нётер было выяснить, как математические идеи соотносятся друг с другом, и построить общие математические структуры. В то время это был новый подход к предмету, который привел к революционным концепциям, таким как теория идеалов. Сегодня абстрактная алгебра необходима в области математики. Ее разработки в абстрактной алгебре помогли объединить топологию, геометрию, логику и линейную алгебру. В честь работы Нётер по абстрактной алгебре многие математические объекты названы в её честь, в том числе кольцо Нётер.

### **Заключение**

Таким образом, проанализировав деятельность некоторых женщин - математиков, можно прийти к следующему выводу: математической наукой занималось не так немного представительниц женского пола, как представителей мужского пола, но они своими трудами значительно обогатили математическую науку за всю историю. Из-за того, что они были женщинами, многие из этих академических лидеров были ограничены в том, как они могли использовать свой интеллект и таланты. Жизнь женщин-математиков складывалась трудно: нужно было преодолевать предрассудки и условности того времени, жизненные трудности. Многие хотели преподавать, но им было отказано в такой возможности из-за пола. Благодаря этим различным условиям и периодам до сегодняшнего дня у этих женщин открылось больше перспектив. Благодаря их работе в области математики и естественных наук общество стало более восприимчивым к этой роли, которую выполняют женщины, и с тех пор проложило путь к правам женщин и образованию.

### Список использованной литературы

1. Зайцева И. В. К вопросу о причинах обучения христиан в неоплатонической школе Гипатии Александрийской // Древний мир: История и археология: Рецензир. сб. науч. ст. — М.: Спутник+, 2020. — С. 193—196.
2. Боголюбов А. Н. Жермен Софи // Математики. Механики. Биографический справочник. — Киев: Наукова думка, 1983. — 639 с.
3. «Точка зрения: Мария, королева математики». Журнал BBC News. 8 марта 2013
4. «Некролог: Мэри Картрайт». The Times. 1998 г.
5. Ковалевская Софья Васильевна // Большая советская энциклопедия: [в 30 т.] / под ред. А. М. Прохорова — 3-е изд. — М.: Советская энциклопедия, 1973. — Т. 12: Кварнер — Конгур. — С. 356.
6. В.М. Бибич, М.Б. Капилевич, С.Г. Михлин, Г.И Натансон, П.М.Риз, Л.Н. Слободецкий, М. М. Смирнов «Линейные уравнения математической физики» — Москва: Наука, 1964. — С. 34. — 36 с.
7. Боголюбов А. Н. Нётер Амали Эмми // Математики. Механики. Биографический справочник. — Киев: Наукова думка, 1983. — С. 345. — 639 с.

Паневина Ю. С. Золотое сечение в человеке

ГРНТИ 27. 21. 21

## Золотое сечение в человеке

*Паневина Юлия Сергеевна, М-1917*

Научный руководитель:  
ст. преп. Сорокина О.А.

«...Геометрия владеет двумя сокровищами – теоремой Пифагора и золотым сечением, и если первое из них можно сравнить с мерой золота, то второе – с драгоценным камнем...».

*Йоганн Кеплер*

В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении впервые встречается в «Началах» Евклида, где оно применяется для построения правильного пятиугольника. На протяжении многих веков одной из главных целей человека было и остаётся достижение некоего идеала. Мерки красоты и определенные стандарты являются предметом для размышления многих учёных нашей планеты. Мы часто задаемся вопросом: «Что такое красота?». Это гармоническое сочетание аспектов объекта, которое вызывает у наблюдателя положительные эмоции. Вы когда-нибудь задумывались над тем, почему лицо и облик одного человека нам нравится, а другого - нет? Может быть, наше настроение или место встречи являются причиной. Конечно, это немало важные факторы в создании общего впечатления от человека, однако красоту создаёт пропорциональность черт и частей тела. Принципы золотого сечения лучше всего соответствуют понятию красоты.

Золотое сечение – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе. Действительно, многие художники, ученые, модельеры, дизайнеры делают свои расчеты, чертежи или наброски, исходя из соотношения золотого сечения. Пирамида Хеопса в Египте, Парфенон в Афинах, Собор Нотр-Дам-де-Пари, картины Леонардо да Винчи "Мона Лиза", "Тайная вечеря" и многие, многие другие предметы искусства были созданы по принципу "божественного сечения".

### Что такое золотое сечение?

Говорят, что точка С производит золотое сечение отрезка АВ, если

$$(1) \quad AC : AB = CB : AC.$$

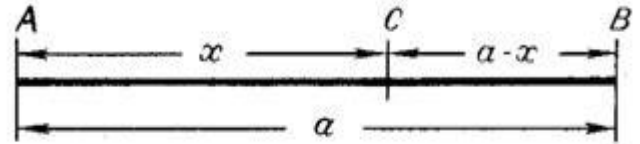
Другими словами, золотое сечение — это такое деление целого на две неравные части, при котором большая часть так относится к целому, как меньшая — к большей. Если длину отрезка АВ обозначить через  $a$ , а длину



отрезка AC — через  $x$ , то длина отрезка CB будет  $a-x$ , и пропорция (1) примет следующий вид: [3]

$$x : a = (a - x) : x$$

Число, равное соотношениям  $\frac{a-x}{x}$  и  $\frac{x}{a}$ , обычно обозначается прописной греческой буквой  $\varphi$



$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Для практических целей ограничиваются приблизительным значением  $\varphi = 1,618$  или  $\varphi = 1,62$ . В процентном округлённом значении золотое сечение — это деление какой-либо величины в отношении 62 % и 38 %. [5]

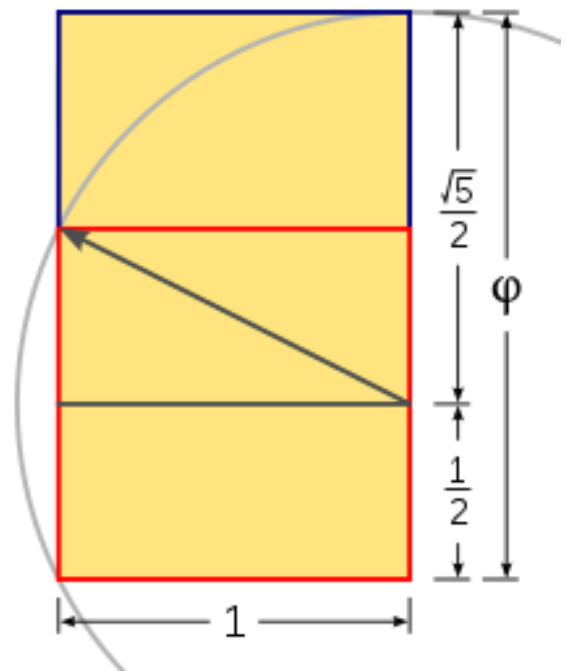
### Золотой прямоугольник.

**Золотой прямоугольник** — это прямоугольник, длины сторон которого находятся в золотой пропорции,  $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , или  $1 : \varphi$  [2]

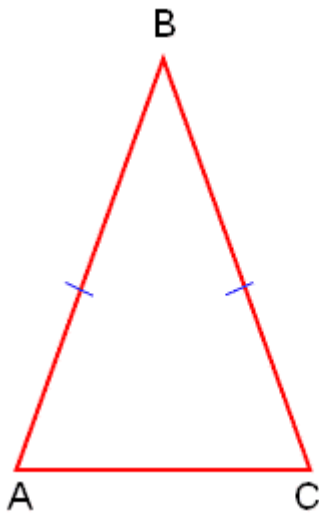
### Построение:

Золотой прямоугольник можно построить с помощью циркуля и линейки следующим способом:

1. Строим обычный квадрат.
2. Из угла проводится линия до середины противоположной стороны.
3. Строим окружность, используя точку пересечения в качестве центра окружности, а в качестве радиуса используем полученный отрезок.
4. Продолжаем противоположную сторону до пересечения с окружностью. [2]



## Золотой треугольник

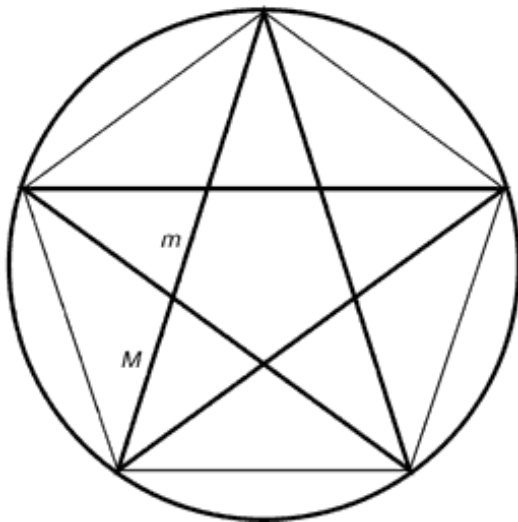
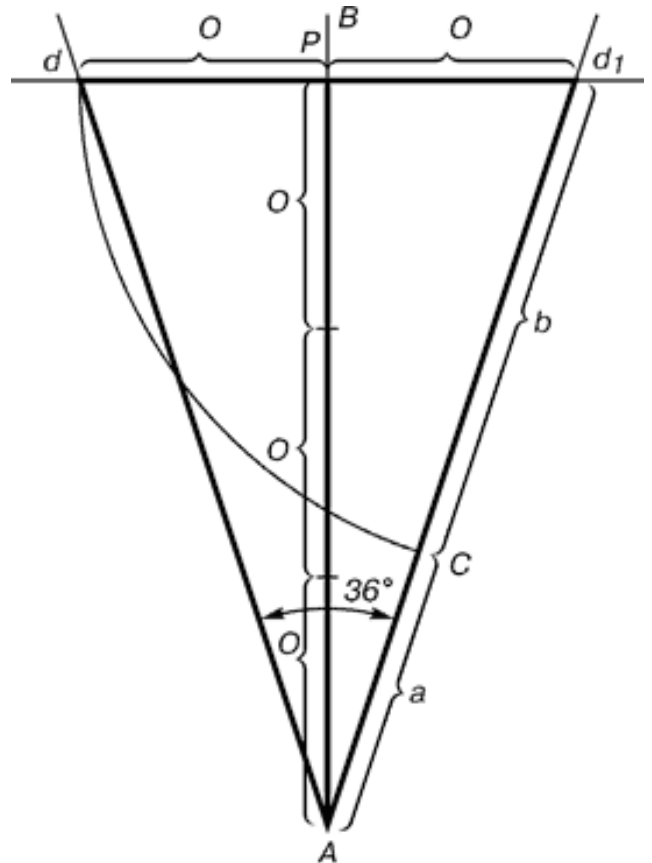


$$\frac{AC}{AB} = \varphi$$

Золотой треугольник - равнобедренный треугольник, у которого отношение длины боковой стороны к длине основания равняется 1,618.

Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол  $36^\circ$  при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит её в пропорции золотого сечения  $\varphi = M/m$  [4].

**Построение:** Проводим прямую  $AB$ . От точки  $A$  откладываем на ней три раза отрезок  $O$  произвольной величины, через полученную точку  $P$  проводим перпендикуляр к линии  $AB$ , на перпендикуляре вправо и влево от точки  $P$  откладываем отрезки  $O$ . Полученные точки  $d$  и  $d_1$  соединяем прямыми с точкой  $A$ . Отрезок  $dd_1$  откладываем на линию  $Ad_1$ , получая точку  $C$ . Она разделила линию  $Ad_1$  в пропорции золотого сечения. [4].



### Тело человека и золотое сечение.

Человек – это универсальная форма для проверки законов золотого сечения. Пропорции различных частей нашего тела составляют число, очень близкое к золотому сечению. Если эти пропорции совпадают с формулой божественного сечения, то внешность или тело человека считается идеально сложенными. [1]

### ***Первый пример золотого сечения в строении тела человека:***

Если принять центром человеческого тела точку пупа, а расстояние между ступней человека и точкой пупа за единицу измерения, то рост человека эквивалентен числу 1.618.

*Кроме этого есть и еще несколько основных золотых пропорции нашего тела:*

- Соотношение расстояния от кончиков пальцев до локтя и от запястья до локтя равно 1:1.618
- Соотношение расстояния от уровня плеча до макушки головы и размера головы равно 1:1.618
- Соотношение расстояния от точки пупа до макушки головы и от уровня плеча до макушки головы равно 1:1.618
- Соотношение расстояния от точки пупа до коленей и от коленей до ступней равно 1:1.618 [6]

### **Золотое сечение в чертах человека.**

В строении черт лица человека также есть множество примеров, приближающихся по значению к формуле золотого сечения. Однако точные соответствия золотому сечению, по мнению ученых и людей искусства, художников и скульпторов, существуют только у людей с совершенной красотой.

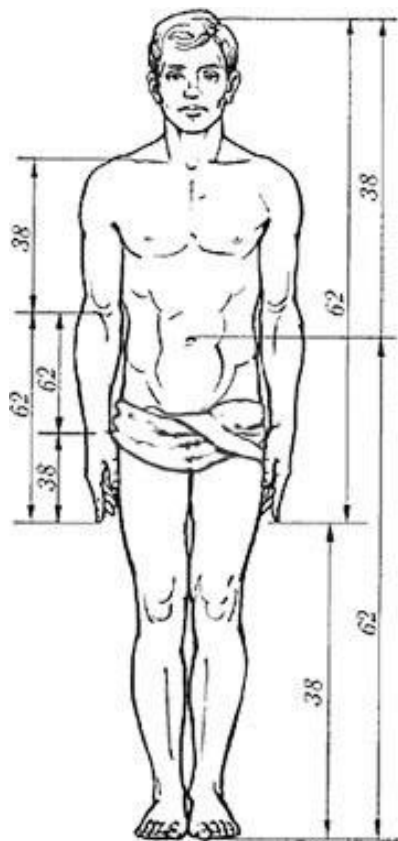
Например, если мы суммируем ширину двух передних верхних зубов и разделим эту сумму на высоту зубов, то, получив число золотого сечения, можно утверждать, что строение этих зубов идеально.



подбородка

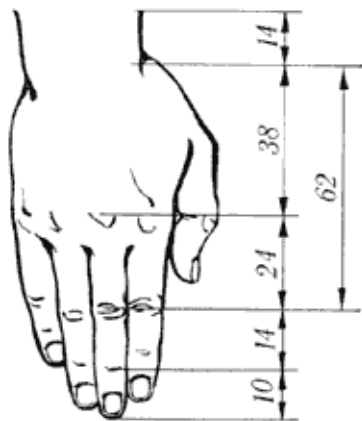
*На человеческом лице существуют и иные воплощения правила золотого сечения.*

- Соотношение высоты лица и ширины лица
- Соотношение расстояния от бровей до центра губ и высоты носа
- Соотношение высоты лица от макушки до подбородка и расстояния от линии бровей до



- Соотношение ширины рта и ширины носа
- Соотношение ширины носа и ширины ноздри
- Соотношение расстояния между глазами и расстояния между бровями [6]

### Рука человека



Приблизив ладонь к себе и внимательно посмотрев на указательный палец, мы сразу же можем найти в нем формулу золотого сечения. Каждый палец нашей руки состоит из трех фаланг.

Сумма двух первых фаланг пальца в соотношении со всей длиной пальца дает число золотого сечения (за исключением большого пальца).

Соотношение между средним пальцем и мизинцем также равно числу золотого сечения.

[1]

### Цель и задачи работы.

**Цель работы:** выяснить зависимость между возрастом человека и соответствием пропорций его тела золотому сечению.

#### Задачи:

1. Изучить новый материал
2. Выбрать и измерить пропорции частей тела случайно выбранных людей разного возраста
3. Вычислить отношения этих пропорций и составить таблицы
4. Проанализировать результаты и сделать выводы

Методика исследования:

В своём исследовании я использую следующие методы:

- поиск соответствующей информации
- измерительный метод

**Объект исследования:** человек

**Предмет исследования:** золотое сечение

**Гипотеза:** среди учащихся одной из возрастных групп присутствует наиболее близкое соответствие принципам «золотого сечения».

Исследование было проведено в образовательном центре, где дети углубленно занимаются своим профильным направлением. Предложенная мною тема особенно заинтересовала ребят, занимающихся в секции «наука». Используя

	Расстояние от	Расстояние от	Расстояние от	Высота головы =	Расстояние от	Расстояние от	Длина	Сумма двух	Средний палец =	Мизинец = а	Расстояние от	Длина носа = а
<b>Старшая возрастная группа</b>												
<b>1-ый испытуемый</b>	1с м	4с м	9с м	1с м	2с м	4с м	3с м	2с м	4с м	см	см	см
<b>2-ой испытуемый</b>	5с м	8с м	2с м	3с м	2с м	0с м	см	см	см	см	5с м	см
<b>Средняя возрастная группа</b>												
<b>1-ый испытуемый</b>	2с м	6с м	0с м	3с м	4с м	7с м	см	см	см	5с м	5с м	см
<b>2-ой испытуемый</b>	2,5 см	7с м	1с м	1с м	1с м	6с м	5с м	5с м	5с м	5с м	см	см
<b>Младшая возрастная группа</b>												
<b>1-ый испытуемый</b>	3с м	1с м	7с м	0с м	3с м	4с м	5с м	5с м	5с м	5с м	5с м	5с м
<b>2-ой испытуемый</b>	6с м	0с м	5с м	1с м	9с м	1с м	см	см	5с м	см	см	5с м

простые измерительные приборы, мы вместе получили показатели, представленные в таблице.

Результаты представлены в таблице:

Если принять величину  $a$  за единицу измерения, то отношение  $\frac{a}{b}$  в человеке, пропорции которого соответствуют принципам золотого сечения, будет равно отношению  $\frac{1}{1,618}$

#### Исследование тела

	<b>Расстояние от запястья до локтя / расстояние от кончиков пальца до локтя (a:b)</b>	<b>Высота головы / расстояние от уровня плеча до макушки головы (a:b)</b>	<b>Расстояние от коленей до ступней / расстояние от точки пупа до коленей (a:b)</b>
<b>Старшая возрастная группа</b>			
1-ый испытуемый	<b>1/1,708</b>	<b>1/1,381</b>	<b>1/1,182</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,607</b>	<b>1/1,391</b>	<b>1/1,240</b>
<b>Средняя возрастная группа</b>			
1-ый испытуемый	<b>1/1,615</b>	<b>1/1,304</b>	<b>1/1,149</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,574</b>	<b>1/1,476</b>	<b>1/1,326</b>
<b>Младшая возрастная группа</b>			
1-ый испытуемый	<b>1/1,571</b>	<b>1/1,350</b>	<b>1/1,205</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,800</b>	<b>1/1,190</b>	<b>1/1,195</b>

**По результатам данной таблицы можно сделать вывод:** наиболее совершенным с точки зрения золотого сечения являются испытуемые средней и старшей возрастных групп, чьи пропорции тела наиболее соответствуют принципам божественного сечения.

#### Исследование руки

	<b>Сумма двух первых фаланг пальцев / длина всего пальца (a:b)</b>	<b>Мизинец / средний палец (a:b)</b>
<b>Старшая возрастная группа</b>		
1-ый испытуемый	<b>1/1,500</b>	<b>1/1,400</b>

2-ой испытуемый	<b>1/1,600</b>	<b>1/1,500</b>
<b>Средняя возрастная группа</b>		
1-ый испытуемый	<b>1/1,600</b>	<b>1/1,385</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,667</b>	<b>1/1,308</b>
<b>Младшая возрастная группа</b>		
1-ый испытуемый	<b>1/1,444</b>	<b>1/1,364</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,200</b>	<b>1/1,250</b>

**Проанализировав результаты таблицы, можно подвести итог:** соотношения пропорций в руке испытуемых старшей возрастной группы больше других отвечают принципам божественного сечения. Наименьшее соответствие «золотому сечению» наблюдается у испытуемых младшей возрастной группы.

#### **Исследование лица**

	<b>Длина носа / расстояние от бровей до центра губ (a:b)</b>
<b>Старшая возрастная группа</b>	
1-ый испытуемый	<b>1/1,600</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,583</b>
<b>Средняя возрастная группа</b>	
1-ый испытуемый	<b>1/1,900</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,600</b>
<b>Младшая возрастная группа</b>	
1-ый испытуемый	<b>1/1,889</b>
2-ой испытуемый	<b>1/1,778</b>

**Из выше приведенной таблицы видно,** что отношения пропорций испытуемых старшей возрастной группы получаются близкими к числу 1,618, тогда как отношение пропорций испытуемых средней и младшей возрастных групп получается больше данного числа.

#### **Выводы**

В ходе исследования мною был изучен новый материал по теме: «Золотое сечение», проведены измерения и их анализ. Из полученных выше результатов я могу сделать вывод, что полного соответствия с золотым числом среди испытуемых всех возрастов не выполняется. Однако было установлено, что учащиеся старшей возрастной группы подвергаются принципам золотого сечения больше, чем другие. Таким образом, на основании моих результатов можно сказать, что соответствие пропорций человека принципам золотого сечения зависит от его возраста. Чем старше человек, тем ближе соотношения его частей тела к божественному числу. Самое близкое соответствие принципам золотого сечения наблюдается в пропорциях лица испытуемых всех возрастных групп.

### Заключение

Изучив тему «Золотое сечение в человеке», я могу сказать, что золотое сечение – это отображение окружающего нас мира. В наше время его принципы применяются в разных сферах деятельности: наука, медицина, архитектура, живопись. Леонардо Да Винчи и Ле Корбюзье перед тем как создавать свои шедевры брали параметры человеческого тела, созданного по закону Золотой пропорции. Присутствие принципов золотого сечения в человеке является доказательством того, что человек - это часть животного мира на нашей планете, подчиняющийся общим законам мироздания.

### Список источников:

1. Сергей Дебижев «Божественная мера красоты – Золотое сечение». - Москва: Эксмо, 2010. – 475 с.
2. Синянская М. Л./ Золотой прямоугольник/ Научная статья/ [Электронный ресурс] URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%> (дата обращения 23.11.2020)
3. Синянская М. Л./ Золотое сечение/ Научная статья/ [Электронный ресурс] URL: [vzms.org/Bendukidze/Benukidze1.htm](http://vzms.org/Bendukidze/Benukidze1.htm) (дата обращения 23.11.2020)
4. Репликовская С. Т./ Золотой треугольник/ Научная статья/ [Электронный ресурс] URL: <http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm> (дата обращения 24.11.2020)
5. Википедия/ Золотое сечение/ Научная статья/ [Электронный ресурс] URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%> (дата обращения 24.11.2020)
6. Репликовская С. Т./ Золотое сечение и тело человека/ Научная статья/ [Электронный ресурс] URL: <http://thejizn.com/2017/04/01/golden-ratio-fibonacci-mera-krasoty/> (дата обращения: 25.11.2020)



Коробова М. Ю. Критерий ВАЛЬДА

ГРНТИ: 28.29.05

## Критерий ВАЛЬДА

*Коробова Мария Юрьевна, М-2009*

Научный руководитель:  
канд., т. н., доц. Зверева Е. Н.

### Аннотация

Рассмотрена информационная модель принятия решений, которая используется в ситуациях неопределённости, при этом она нацелена на выбор самого надёжного из вариантов.

**Ключевые слова:** критерий Вальда, метод принятия решений.

Многие из нас, оказавшись перед непростым выбором, когда нет однозначно выигрышного решения, прибегают к методу, известному в разговорной речи как «пойти от противного». Математический метод, применяемый в экономике, рассмотренный в данной работе, основывается на таком же принципе.

Критерий Вальда был предложен в 1955 году Абрахамом Вальдом, венгерским математиком и статистиком. Критерий Вальда является одним из критериев решения неопределенности. Этот способ позволяет выбрать оптимальную стратегию, которая при наихудших условиях принесет максимальный выигрыш в сравнении с остальными. Этот критерий также неслучайно называют критерием крайнего пессимизма. Таким образом, статистика становится ориентированной на неблагоприятные условия.

К такому методу прибегают для того, чтобы минимизировать риски и при этом получить доход. Используют данный критерий, когда хотят вести осторожную политику, боясь сильных потерь или вообще фатальной ситуации.

Применение критерия Вальда оправдано при наличии следующих событий:

- нельзя допустить никакого риска,
- в рассмотрении находится небольшое количество вариантов решений,
- не известна вероятность свершения того или иного события.

Критерий Вальда называют ещё критерием гарантированного результата или максиминным критерием. Он позволяет выявить наибольший элемент матрицы доходности из её минимально возможных элементов: для этого используем формулу (1).

$$W = \max_i \min_j a_{ij}, \quad a_{ij} \text{ — элемент матрицы доходности.} \quad (1)$$

Пример:

Здесь вы можете видеть пример применения критерия Вальда. Используя Таблицу 1, мы находим наиболее эффективный вариант при самых плохих условиях при помощи критерия Вальда.

(Таблица 1)

Тип товара	Спрос		
	П1	П2	П3
A1	20	15	10
A2	16	12	14
A3	13	18	15

Решение:

$$W = \max_i \min_j a_{ij} = \max(10; 12; 13) = 13$$

В итоге мы получаем, что наилучшая стратегия A3.

Пример 2

Существует два проекта (x1 и x2) при трех разных возможных развития событий. Необходимо выбрать наиболее выгодный вариант с минимальным риском. Используем данные из Таблицы 2.

(Таблица 2)

Проекты	Состояния природы		
	1	2	3
X1	55	15	40
X2	10	70	15

1. Нужно найти минимальные исходы для каждой альтернативы. Находим критерии Вальда:

$$W_1 = \min(x_{1j}), j = 1..3 \Rightarrow W_1 = \min(55, 15, 40) = 15$$

$$W_2 = \min(x_{2j}), j = 1..3 \Rightarrow W_2 = \min(10, 70, 15) = 10$$

2. Сравниваем полученные критерии:

$$15 > 10 \Rightarrow W_1 > W_2$$

Из этого следует, что по критерию Вальда нужно выбрать проект X1, так как прибыль при самом плохом развитии событий будет выше.

Главная проблема критерия Вальда заключается в его чрезмерной пессимистичности, из-за этого может получиться не логичный результат.

Пример такой нелогичности:

A(90;600) и B(80;900)

По критерию Вальда следует выбрать вариант А, но на деле более выгодным является В, так как в худшем случае В лишь немного хуже А, тогда как при хорошем стечении обстоятельств В обеспечивает гораздо больший выигрыш.

Рассмотрев Критерий Вальда, можно сделать вывод, что этот метод выбора той или иной стратегии является очень удобным и часто применимым в принятии экономического решения в неоднозначные и тяжёлые годы, когда спрогнозировать выгодный исход событий не представляется возможным. Приводя пример этапа, когда критерий Вальда мог не абсолютно оградить от проблем, но уберечь от сильных потерь, это актуальный период пандемии. Здесь, минимизация рисков, то есть суть критерия Вальда, позволила бы предпринимателям, выбрав наиболее безопасный вариант ведения бизнеса, при появлении таких непредвиденных событий как всемирная пандемия понести наименьший убыток из всех возможных. В заключении хочется сказать, что метод Вальда это хороший способ выбора стратегии, но его нужно использовать только учитывая все его особенности, чтобы ненароком не получить ошибочный результат или не упустить хорошие возможности.

#### Список литературы:

- ▣ «Теория игр в экономике, финансах и бизнесе» Л.Г.Лабскер, Н.А.Ященко
- ▣ «Проверка простых и сложных гипотез с использованием последовательного критерия Вальда» С.Н. Постовалов
- ▣ «Автоматизация построения простого критерия на основе критерия Вальда для закрытых текстов» Сабурова В.И.

## **Асимметричная информация и финансовые рынки**

*Трушкевич Илья Михайлович, Э-2017*

Научный руководитель:  
Ст. преп. Сорокина О. А.

### Аннотация

В данной статье автор рассматривает влияние асимметричной информации на различные виды денежно-финансовых рынков и их подсистем. Так как сегодня мы живем в мире, где информация и ее элементы играют исключительно важную и ценную роль как в повседневных видах деятельности, так и в экономике в целом. И поэтому наибольшее влияние на рыночную активность оказывает особая финансовая ситуация как асимметричность информации. Именно она и вызывает причинно-следственное воздействие на бизнес-процессы в настоящее время. Следовательно, данная статья даёт анализ рыночных отношений с асимметричной и неполной информированностью участников, а также подробно раскрывает специфику экономических и математических подходов к данной проблеме с особым акцентом на новые теоретические веяния и описывает исторические корни появления и развития данного финансового феномена. Рассматриваемая тема будет интересна специалистам и исследователям, потому что в этой статье вы не найдёте пассивного изложения чьих-то концепций, а ознакомитесь с особой авторской позицией, которая актуальна в современных реалиях и требует дальнейшего изучения и структурного расширения этого вопроса.

Сегодня мы живем в такое время, где информация является важнейшим компонентом в любой сфере деятельности. В том числе и в экономико-финансовой системе, где качество и безопасность информации непосредственно влияет на субъекты и объекты рыночных отношений. Рынки, где одна из сторон лучше информирована о свойствах продаваемого товара, чем другая, получили название рынков с асимметричной информацией. Можно привести достаточно много примеров таких рынков. Так на рынке розничной торговли цветов и флористических изделий продавец лучше знает о сроке хранения и сорте растений, чем покупатель. На кредитном рынке заемщик обладает более достоверной и полной информацией о своём финансовом положении, чем кредитор.



Впервые о понятии асимметричной информации и её роли в рыночном ценообразовании заговорил американский экономист Джордж А. Акерлоф в статье «Рынок лимонов», в которой подробным и доступным языком было доказано, что неполнота информации и её фальсифицирование приводит к понижению покупательской способности участников экономических отношений и к снижению их конкурентоспособности. Анализируя данное явление Акерлоф, рассмотрел так называемую модель рынка «Лимонов».

Пусть на рынке подержанных автомобилей существуют два вида товара: автомобиль типа А («яблоко») - высокого качества, автомобиль типа Б («лимон») - низкого качества. (В английском языке в одном из значений слова lemon - некачественный, низкопробный товар);

При этом максимальная готовность покупателей платить за товар типа А равна 750 долл., а за товар типа Б - 200 долл. В то же время, продавцы готовы продавать свой товар типа А не меньше, чем за 500, а товар Б – не меньше, чем за 100 долларов. Тогда предположим, что, например, на рынке 100 автомобилей качества товаров А, т.е. «яблок», и 100 авто типа товаров Б, так называемых «лимонов».

Следовательно, рассмотрим два варианта рыночного равновесия в зависимости от полноты и симметричности информации о качестве товаров (в нашем случае – это автомобили).

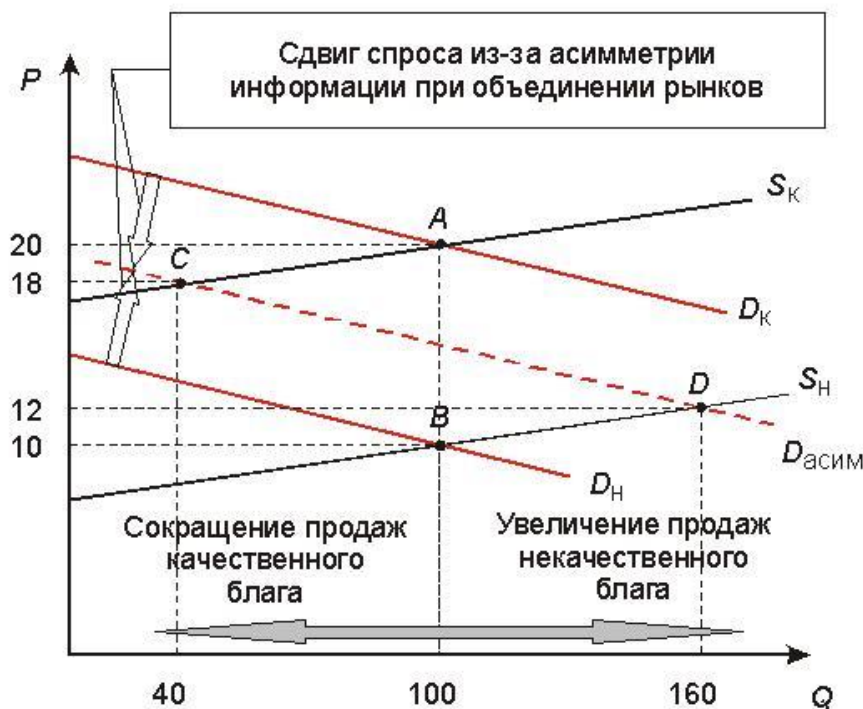
1. Информация полная и симметричная. Если бы качество конкретного автомобиля было известно и продавцу, и покупателю, возникло бы два независимых друг от друга рынка - рынок автомобилей типа А и рынок автомобилей типа Б. В первом случае, равновесная цена установилась бы в интервале от 500 до 750 долларов, а на втором - в интервале от 100 до 200 долларов. Значит, объём продаж автомобилей составил бы 200 штук, выигрыш потребителей -  $(750 - P_1)100 + (200 - P_2)100$ ; в свою очередь, выгода производителей будет  $(P_1 - 500)100 + (P_2 - 100)100$ , где  $P_1$  и  $P_2$  - цены на товар.

2. Если же информация будет неполной и асимметричной, то изменятся результаты расчётов. Так, например, предположим, что информация о

качестве товара известна только продавцу. Тогда максимальная цена спроса для выбранного наугад автомобиля составляет  $P_d = 750 \times 0,5 + 200 \times 0,5 = 475$  долларов. Но так как продавец знает, что его товар - высокого качества, он, в большинстве случаев, не захочет продавать его только за 475 долл., что ниже его минимальной цены продажи. Следовательно, в результате на рынке останутся только товары низкого качества, где объём продаж равен 100 автомобилей. В конечном итоге, из-за асимметричной информации о качестве продавец понизит величину предложения тех или иных товаров и услуг, что, в свою очередь, приведет к снижению общественного и экономического благосостояния.

типов.

Также зачастую происходит ситуация, когда из-за асимметричной информации потребители осознают, что на рынке большинство реализуемого и предложенного товара относится к категории низкокачественных, то это приведёт к изменению их отношения к данному рынку и, товары среднего качества потеряют свой сектор потребителей и перестанут быть актуальны и востребованы, так как они будут восприниматься скорее всего, как низкокачественные с повышенной ценной, что безусловно вытеснит данный тип товаров и, из-за того продолжительного, экономического движения на рынке останется только низкокачественный сегмент.



Проблемы асимметричной информации существуют не только на товарных рынках. Не меньшее влияние данный тип асимметрии оказывает на развитие рынков факторного производства и услуг. Одним из самых явных и

распространённых примеров такого вида экономических ситуаций происходит на рынке страховых услуг.

Предположим, например, что некая страховая компания хочет выдать документ, который удостоверяет заключение договоров, прав и требований личного или имущественного характера на конкретный страховой случай, такой как допустим пожар, в результате которого наносится ущерб частной собственности и здоровью пострадавших. Данная организация для начала собирает необходимый информационный пакет - мониторит данный рынок, сферу и субъектов, связанных с ним, и, в конечном итоге, выбирает целевую аудиторию — в нашем случае это будут мужчины от 30 до 45 лет, — и в данном возрастном сегменте планируется продавать этот вышесказанный документ. Немало важную роль в данном примере сыграет и оценка частоты несчастных случаев внутри выбранной группы. Для некоторых из её представителей вероятность попасть в такого рода чрезвычайную ситуацию, как пожар, низкая, пускай будет меньше  $<0,05$ ; для других, наоборот, высокая, выше  $> 0,05$ . Если же страховая компания не сможет провести различие между группой людей с высокой и низкой степенью риска, она установит выплату, опираясь на среднестатистические данные и их анализ, а также на основе годовалого опыта общую вероятность т. е. риск пожара будет составлять  $0,05$ . Обладая более широким спектром информации, некоторые люди “Х” (те, с которыми вероятность попадания в пожар низкая) примут решение не страховаться, в то время как другие “А” -те, для кого вероятность пожара высокая - будут активно приобретать страховку, так как получают с этого выгоду и безопасность. Это, в свою очередь, и вызовет феномен «рынка лимонов», и увеличит среднестатистический показатель (который составлял  $0,05$ ), и поэтому страховая компания будет вынуждена повысить выплаты за попадание в пожар и тем самым повысится и сама цена за предоставленные услуги этой организации. Впоследствии, те у кого вероятность попасть в пожар низкая просто массово будут отказываться от страхования, в результате недостаток информации препятствует взаимовыгодной торговле данным и финансовый рынок потерпит исключительные убытки, а в крайних случаях, даже разорение и экономическую депрессию.

Тем самым, исходя из совокупности вышеперечисленных примеров и упомянутых фактов и положений, можно сделать вывод о том, что асимметричность информации пагубно влияет на рынки в целом, подвергает опасности свободную конкуренцию, обеспечивает условия для масштабного появления монополистических и олигополистических организаций.

Для противодействия возникновения проблемы асимметричной информации в авангарде рыночно-финансового мира появляются и создаются различные институты, так называемые «market signaling».

Факторы, влияющие на степень асимметрии информации, можно разделить на две группы: факторы, снижающие асимметричность информации и факторы, ее увеличивающие. К первым относятся рыночные и государственные структуры, развитие инфраструктуры. Ко вторым можно отнести ускорение жизненного цикла товаров, повышение их сложности, рост уровня жизни и тому подобное.

В числе главных из них - гарантии. Данный рыночный сигнал эффективно и довольно оперативно сигнализирует о качестве товара или услуги, потому что, во-первых, определяет качество и пригодность к употреблению, сроки использования, хранения и тому подобное, а во-вторых, в случае недостаточной информации, скрытых дефектов или каких-либо проблем с покупкой, которые предусмотрены законом и указаны в договоре - именно эти факторы защищают потребителей от приобретения низкокачественного товара. В итоге производителям «плохого» товаров невыгодно обслуживать покупателей по гарантии, и поэтому качество улучшается, а покупатели рассматривают наличие длительных гарантий как сигнал о высоком доверии и качестве, что впоследствии повышает спрос на более дорогие, но высоко-сегментные товары.

Другим институтом, противодействующим влиянию и развитию асимметричности информации на рынке товаров и услуг является фирменный знак или торговая марка. Именно данное обозначение даёт право потребителю предпринять ответные меры и привлечь к нормативно-правовой ответственности производителей, если качество покупки не соответствует его ожиданиям и заявленным рекомендациям. Например, товарный знак «Nike», R или С информирует покупателей о качестве и оригинальности продукта, который официально зарегистрирован и защищается законом.

Следовательно, товарная марка, использованная при производстве и реализации продукции, помогает различать товары разного качества и защищает от подделок, что безусловно повышает конкурентоспособность в экономике и препятствует появлению ситуаций асимметричной информации на различных финансовых рынках.

Таким образом, в заключении я хочу добавить, что асимметричность информации о качестве является одной из самых актуальных проблем в экономической науке в современном мире и служит, так называемым «провалом рынка». Данная финансово-информационная ситуация - одна из основных причин неэффективного конкурентного рынка для товаров и услуг, чьё качество зависит от одной из сторон данных финансовых отношений. А то, что появление и развитие «рынка лимонов» создают достаточно крепкий и



деятельно-способный базис для монопольной власти, а без должностного контроля и противодействия в конечном итоге неминуемо восхождение квазимонопольного поведения на рынках даже с большим и устойчивым числом продавцов. И именно это повышает барьеры входа на рынок новых, инновационных компаний.

Поэтому, по моему мнению, сегодня в 21-ом веке государство и участники экономических отношений должны уделить особое внимание асимметричной информации на различных рынках и предотвратить развитие такого неблагоприятного и пагубного феномена как - «рынок лимонов». Иначе, вся экономическая система потерпит крах и будет обречена на деградацию, инволюцию и полной застой, что в настоящее время критически не только для финансовой сферы, но и всего общества в целом.

### Список литературы:

1. George A. Akerlof. The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism // The Quarterly Journal of Economics, v.84, August 1970, p.488-500. Перевод Е.И.Николаенко
2. Пиндайк Р., Рабинфельд Д. «Микроэкономика» // Пер. с англ. — СПб.: Питер, 2011. — 608 с.: ил. (Серия «Классический зарубежный учебник»).
3. Антипина О.Н. Асимметрия информации / О.Н. Антипина // Вестник Московского университета. Сер. 6. «Экономика». - 2003. - № 2. - С. 110-125.
4. Чеканский А. Н., Фролова Н. А. Микроэкономика. Промежуточный уровень - М.: 2005. — 685 с.
5. Информация в экономике: учеб. пособие для магистрантов / Б. Ж. Тагаров. – Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2013. – 148 с.
6. Эрроу К. Дж. Информация и экономическое поведение// Вопр. экономики. –1995. – № 5. – С. 93- 114 с.

Белькевич А. Д. Метод производной в решении различных экономических задачах

ГРНТИ: 27.23.17

## Метод производной в решении различных экономических задачах

*Белькевич Анастасия Дмитриевна, Э-2017*

Научный руководитель:  
ст. преп. Сорокина О. А.

### Аннотация

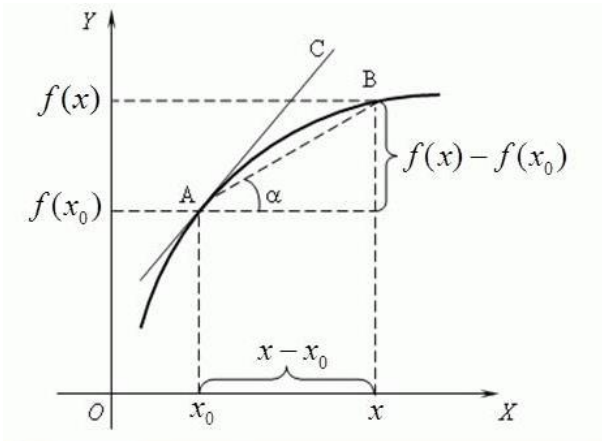
В данном исследовании автор рассмотрел различные примеры решения экономических задач с помощью производной. В статье можно увидеть геометрический, физический и, в частности, экономический смысл производной, который рассматривается подробно. "Лишь дифференциальное исчисление даёт естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение" – писал Ф. Энгельс. На основе изученной теории приведены примеры экономических задач разных типов, которые показывают важность и необходимость метода производной в экономической сфере.

### Понятие производной

Производная является одним из основных понятий математики, характеризующих скорость изменения функции в определенной точке. Определяется она как предел отношения функции к приращению ее аргумента  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , когда аргумент стремится к нулю, если такая граница (предел) существует. Функция, которая имеет конечную производную (в определенной точке), называется дифференцируемой (в определенной точке), а обратный процесс – интегрирование или первообразная.

Заметим, что если при некотором значении  $x$ , например при  $x=a$ , отношение при  $\Delta x$  не стремится к конечному пределу, то в этом случае говорят, что функция  $f(x)$  при  $x=a$  (или в точке  $x=a$ ) не имеет производной или не дифференцируема в точке  $x=a$ .

Производная имеет геометрический, физический и экономический смысл, рассмотрим их ниже.

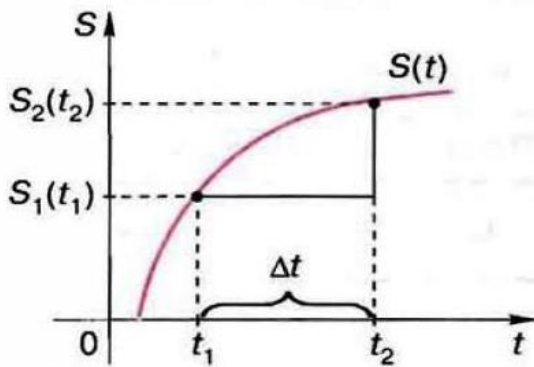


1. Геометрический смысл производной заключается в том, что  $f'(x)$  равна угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y=f(x)$  в точке, абсцисса которой равна  $x$ .

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right).$$

Если точка касания имеет координаты  $(X_0; Y_0)$ , то угловым коэффициентом касательной *есть*  $k=f'(X_0)=tg \alpha$ .

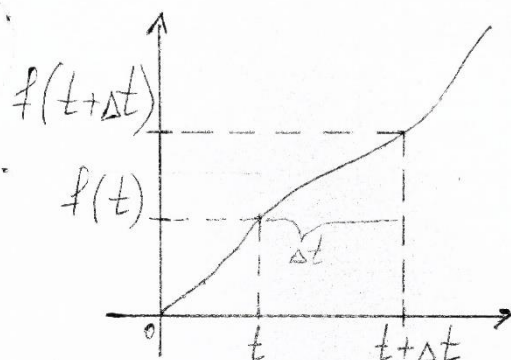
2. Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость точки в данный момент времени  $t$  равна значению производной от закона движения, то есть  $v'(t_1) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{S(t_1+\Delta t) - S(t_1)}{\Delta t}$ .



При этом такие величины, как перемещение, скорость и ускорение при движении точки связаны между собой соотношениями: ( $v(t) = S'(t)$ ;

$$a(t) = v'(t) = (S'(t))' = S''(t) ).$$

3. Экономический смысл производной заключается в том, что она выражает предельные величины производства при определенном объеме и примерно характеризует дополнительные затраты на производство единицы добавочной продукции.



Это мы разберем подробнее. Так, пусть есть некая функция  $y = f(t)$ , где  $y$  - количество произведенной продукции от начала работы, а  $t$  - время.

Значит за интервал времени  $\Delta t$  будет произведено:  $\Delta y = f(t + \Delta t) - f(t)$ .

Средняя производительность труда за промежуток времени  $\Delta t$  есть отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ . Если мы хотим определить производительность труда как функцию в момент времени  $t$ , то придём к пределу:  $y' = f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$ .

Во многих задачах нужно найти среднее значение издержек на единицу продукции, для этого у нас есть формула:  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ . К примеру, возьмем некую функцию  $y = f(x)$ , где  $y$  - издержки производства, а  $x$  - количество выпускаемой продукции. Если увеличить количество выпускаемой продукции на  $\Delta x$  единиц, то издержки производства вырастут на  $\Delta y$ . Следовательно, среднее значение издержек на единицу продукцию вычисляется по формуле  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

Если устремить  $\Delta x$  к нулю и перейти к пределу, то мы получим предельные издержки, причем сам предел представляет из себя производную от функции  $y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

Последнее понятие, связанное с производной, которое мы рассмотрим — это эластичность функции. Пусть имеется функция  $y = f(x)$ , описывающая, например, издержки производства, как функцию от количества произведённой продукции. Эластичностью называется предел:  $E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

Теперь, напомнив основные теоретические понятия, я перейду к рассмотрению экономических задач с помощью производной.

## Экономические задачи

Рассмотрев теорию, не всегда ясно, как же решать экономические задачи. Чтобы разобраться и детально увидеть все интересные решения с помощью производной, я составила несколько задач. Для начала разберем простую, но и в то же время важную экономическую задачу.

**Задача 1.** Благодаря исследованиям известно, что количество выпущенной продукцией описывается зависимостью:  
 $f(t) = -t^3 + 8t^2 + 30t$ , где время работы измеряется в часах (предположим, 6 часов от начала и конца смены). В таких задачах мы сможем найти производительность труда и скорость ее изменения в начале, середине и конце смены. Так как производительность труда определяется производной, следовательно, взяв ее, мы получим выражение:

$$f'(t) = -3t^2 + 16t + 30.$$

Скорость изменения производительности труда будет определяться второй производной:

$$f''(t) = -6t + 16.$$

Осталось посчитать значение производных в различный момент времени. Так, в нашем условии мы предположили, что вся смена это 6 часов, следовательно, начало смены – 0, середина смены – 3, и конец смены – 6 часов.

$$f'(0) = 30 \text{ ед. в час}$$

$$f'(3) = 51 \text{ ед. в час}$$

$$f'(6) = 18 \text{ ед. в час}$$

$$f''(0) = 16 \text{ ед. в час за час}$$

$$f''(3) = -2 \text{ ед. в час за час}$$

$$f''(6) = -20 \text{ ед. в час за час}$$

Из написанных значений видно, что производительность труда в начале смены растет, а к концу - резко падает. Именно эти значения и есть наш ответ. Именно с помощью метода производной мы можем легко и без проблем вычислить эти значения.

**Задача 2.** В этой задаче нужно определить средние и предельные издержки при объеме продукции 8 единиц, если издержки производства от количества выпускаемой продукции описываются зависимостью:

$$y = 15x - 0.09x^3.$$

Среднее значение определяется как увеличение количества издержек при увеличении количества единиц продукции. В нашем случае объем продукции равен 8, значит среднее равно:  $\frac{y(8)-y(0)}{8}$ . Далее вычисляем среднее при  $x=5$  и  $x=0$ , и получаем ответ равный 9,24 денежных единиц. Это средние издержки.

Предельные издержки представляют из себя производную:

$$y'(x) = (15x - 0.09x^3)' = 15 - 0.27x^2$$

Отсюда получаем:  $y'(8) = -2,28$ .

**Задача 3.** Следующая задача относится к эластичности спроса. Предположим, функция  $y = f(x)$  описывает зависимость спроса на товар от величины акциза на него. Пусть эластичность спроса относительно величины акциза будет равна  $-0.8$ . Нам нужно рассчитать уменьшение спроса при увеличении акциза на  $20\%$ .

Увеличение акциза означает что  $\frac{(\Delta x)}{x} = \frac{1}{20} = 0,05$ .

Согласно определению эластичности, получаем:

$$\frac{(\Delta y)}{y} = E_x \left( \frac{(\Delta x)}{x} \right) = -0.8 * 0.05 = -0.04.$$

Знак «-» означает, что спрос уменьшился на  $4\%$ , что и будет ответом.

**Задача 4.** Пусть функция спроса компании ООО «ЛЮ» имеет вид

$D=1000-40x$ , постоянные издержки ( $c$ ) – 80 единиц, а переменные ( $c_1$ ) – 4 единицы. Найдём объем выпуска, который обеспечит компании максимальную прибыль.

Решение: Прибыль ( $\Pi$ ) = выручка ( $xD$ ) – издержки ( $c + c_1D$ )

Для решения этой задачи мы сначала найдём цену единицы продукции, а далее используем формулу для нахождения объема:  $ВП = В - СП$ , где  $ВП$  – это валовая прибыль ( $40x$ ),  $В$  – выручка ( $1000$ ),  $СП$  – себестоимость продукта ( $40$ ). Значит:

1)  $40x = 1000 - 40$ ;  $x = 25 - \frac{D}{40}$  (цена единицы продукции)

2)  $\Pi = \left(25 - \frac{D}{40}\right) - (80 + 4D) = 21D - \frac{D^2}{40} - 80 = 840D - D^2 - 3200 \rightarrow$   
*max*

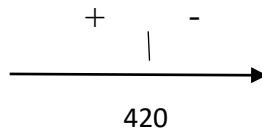
Найдём производную и приравняем ее к нулю:

$$3) \Pi'(D) = -2D + 840$$

$$-2D + 840 = 0$$

$$D = 420,$$

что является максимумом, так как в этой точке производная меняет знак с «+» на «-» (функция возрастает, а потом убывает):



Ответ: объём выпуска, максимизирующий прибыль компании, равен 420 единицам.

**Задача 5.** Выразить максимальную выручку компании, если известна функция спроса:  $P = b - ax$ , где  $x$  - цена товара;  $a$  и  $b$  – коэффициенты функции.

Решение: Выручка  $Q = x(b - ax)$  достигнет максимума при равенстве нулю производной по цене:

$$Q' = (x(b - ax))'$$

$$Q' = p' * (b - ax) + (b - ax)' * x = b - ax - ax = b - 2ax$$

⇒ Максимальная выручка компании составит:  $b - 2ax$ .

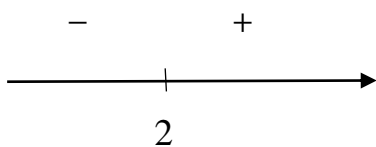
**Задача 6.** Пусть задача некая функция прибыли  $\Pi(x) = 8x^2 - 32x$ , для которой нужно найти оптимальный объём производства.

Для решения этой задачи мы найдем производную данной функции, приравняем её к нулю и найдем точку экстремума:

$$\Pi'(x) = 16x - 32.$$

$$16x - 32 = 0$$

$$x = 2$$



принимает

Проходя через точку экстремума,

производная меняет свой знак с «-» на «+». Это показывает нам, что в точке 2 прибыль

принимает минимальное значение, что не является лучшим результатом. В таких случаях можно сказать, что оптимальный объём выпуска для производства будет зависеть от дополнительных производственных исследований, но в данном случае, если предприятие произведет 32 или менее единицы продукции, оно обанкротится. Но если производство будет производить более 8 единиц, то можно сказать, что на этом этапе оно находится на максимуме своих производственных мощностей.

## Вывод

В ходе работы были рассмотрены различные интересные вопросы с использованием метода производной. Так, можно сделать вывод, что производная - существенный инструмент экономического анализа, который помогает углубить смысл экономических понятий и сформулировать некие экономические законы с помощью математических формул. Также, используя ее, можно значительно расширить спектр анализируемых задач. В заключение хочется отметить, что производная широко используется в экономической теории. Многие законы, в том числе фундаментальные законы теории производства и потребления, спроса и предложения, являются прямыми следствиями математических теорем, а применение производной позволяет решать самые разные экономические задачи, которые используются во всех сферах человеческой деятельности.

### **Список использованной литературы:**

1. Минорский В.П. «Сборник задач по высшей математике» - 2006 год.
2. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. «Учебник по алгебре 11 класс»- 2009 год, Москва.
3. Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В. Математика в экономике. В 2-х ч. — М.: Финансы и статистика, 2011 год.
4. Понятие производной/Научная статья/[Электронный ресурс] URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Производная\\_\(математика\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Производная_(математика)) (дата обращения: 29.11.2020)
5. Семёнова Ксения/Производная в экономике/проектная работа/[Электронный ресурс] URL: <https://obuchonok.ru/node/6493> (дата обращения: 30.11.2020)



Сапелкина Т. К., Байдерова В. М. Факторы распространения COVID-19 и применение экспоненциальной функции во время эпидемиологической ситуации

ГРНТИ: 27.43.51

**Факторы распространения COVID-19 и применение экспоненциальной функции во время эпидемиологической ситуации**

*Сапелкина Тамара Константиновна, ТВ-2001*

*Байдерова Вероника Максимовна, ТВ-2001*

Научный руководитель:

канд. физ.-мат. н., доцент Соколова Ж. В.

В 2020 году наш мир столкнулся с инфекцией коронавируса, которая оказала огромное влияние как на жизнь отдельно взятых людей, так и самого человечества в целом. В мире умерло более 1 млн человек от Covid-19, только в России скончалось около 43 тысяч людей, что пагубно повлияло социально-экономическую ситуацию как в самой стране, так и в мире, а также спровоцировать демографический кризис. В экономической сфере особенно сильно пострадал малый и средний бизнес, так только в России почти каждое пятое предприятие малого и среднего бизнеса было разорено, что нанесло огромный удар по Российской экономике.

К сожалению, человечество еще не смогло установить, от чего же все-таки зависит смертность от Covid-19, но ученым уже удалось обнаружить пусть не все, но некоторые факторы, влияющие на летальность случаев от Covid-19. Самым важным средством в анализе, статистике и прогнозировании распространения инфекции, а так же количества смертей и выздоровевших стала математика. Одной из форм такого прогнозирования является вычисление экспоненциальной функции.

Экспоненциальный рост: что это и где применяется?

**Экспоненциальный рост** — возрастание величины, когда скорость роста пропорциональна значению самой величины. Подчиняется экспоненциальному закону. Экспоненциальный рост противопоставляется более медленным (на достаточно длинном промежутке времени) линейной или степенной зависимостям.

Оно часто используется, например, при описании стремительного роста числа городов или увеличения численности населения.

Применение данное математическое вычисление имеет место быть только в популяциях, в которых прирост численности пропорционален числу особей этой популяции.

Чтобы вычислять численность человечества коэффициент рождаемости должен быть пропорционален количеству репродуктивных пар, а коэффициент смертности числу особей.

После того как в XVII веке Исаак Ньютон изобрел дифференциальное исчисление, мы знаем, как решать это уравнение для  $N$  — численности популяции в любое заданное время. (Для справки: такое уравнение называется дифференциальным.) Вот его решение:

$$N = N_0 e^{rt}$$

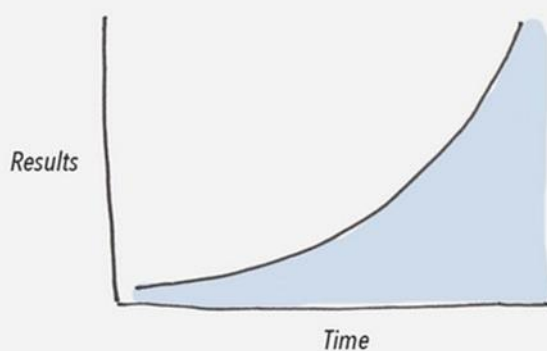
где  $N_0$  — число особей в популяции на начало отсчета, а  $t$  — время, прошедшее с этого момента. Символ  $e$  обозначает такое специальное число, оно называется основание натурального логарифма (и приблизительно равно 2,7), и вся правая часть уравнения называется *экспоненциальная функция*.

#### Применение формул экспоненциального роста в эпидемиологическую ситуацию.

Как распространяется вирус? Кто-то заражается и непреднамеренно заражает других - возможно, случайно кашляя на них или касаясь их лиц. Математики стали использовать формулы, использовавшиеся для вычисления прироста населения, чтобы выявить закономерности распространения инфекции. Тем самым, график экспоненциального роста прогнозирует количество заболевших и помогает государствам подготовиться к пикам заболевания.

# EXPONENTIAL GROWTH

*Improvements come slowly in the beginning, but your gains increase rapidly over time.*



JamesClear.com

Одним из распространенных способов описания распространения вируса является дерево заражения: мы рисуем дерево в корне первого заболевания, где каждый узел представляет собой одного зараженного, а ветви, начинающиеся из одного и того же узла, описывают заразившихся от одного и того же человека. Распространение инфекции затем описывается эволюцией этого дерева.

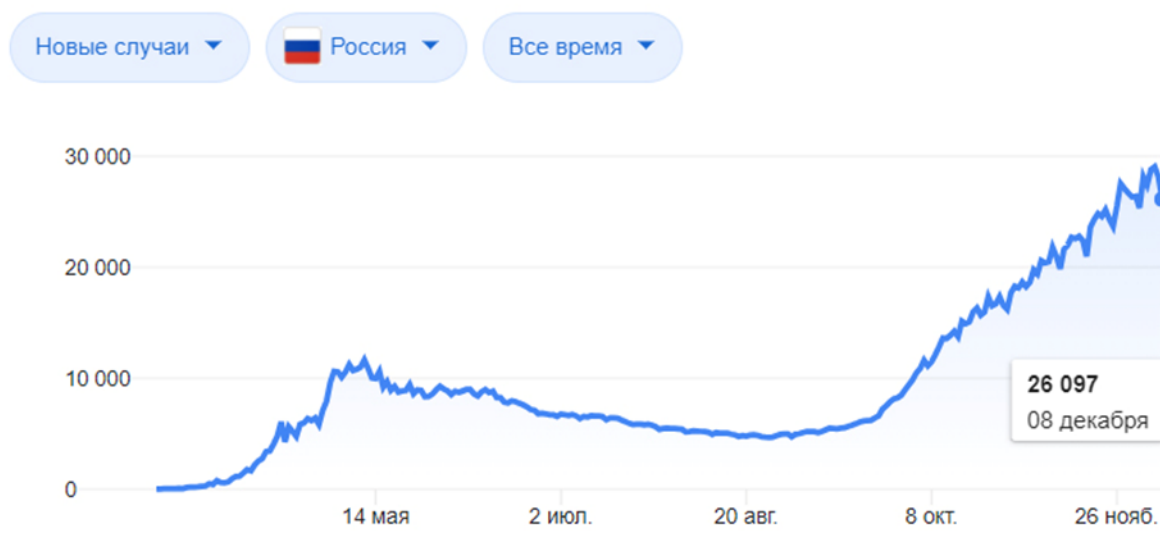


Так на рисунке показано, какой огромный прирост заболевших можно прогнозировать, благодаря математике. Сначала заболевает один единственный человек (инфекция может протекать бессимптомно, либо в качестве легкого ОРВИ), далее ничего не подозревающий контактирует с несколькими людьми, в нашем случае двумя, те поступают точно так же и вот за короткий временной промежуток из одного инфицированного получается восемь.

Подводя итог, можно сказать, что чем больше заболевших, тем меньше времени нужно для распространения вируса.

Подтверждая этот тезис, можно рассмотреть экспоненциальный рост заболевания в России за март-декабрь 2020 года:

## Изменения за день








Так, 17 марта этого года число заболевших равнялось 21, а на 8 декабря уже 26097.

На лето 2020 года можно увидеть небольшой спад количества инфицированных (государство сняло ограничительные меры, но обязало население не переставать носить средства защиты), но к осени можно увидеть быстрый прирост заразившихся. Вирус распространяется волнами, которые с каждым разом поражают всё большее количество людей, не исключая новые пики заболевания в дальнейшем.

### Факторы, влияющие на константы.

Таковыми факторами являются препятствия на пути распространения инфекции: средства защиты, отмена или ограничение массовых мероприятий, введение комендантского часа, социальная дистанция, патрулирование улиц с целью проверки соблюдения ограничительных мер.

Небольшая статистика по странам показывает насколько население ответственно подходит к борьбе с вирусом:

Регион	Случаи заболевания ↓	Выздоровело	Летальные исходы
 <b>Россия</b>	<b>2,54 млн</b> +26 097	-	<b>44 718</b> +562
 <b>Соединенные Штаты Америки</b>	15,2 млн +220 тыс.	-	286 тыс. +2 597
 <b>Индия</b>	9,74 млн +26 567	-	141 тыс. +385
 <b>Бразилия</b>	6,67 млн +51 088	5,97 млн	178 тыс. +842
 <b>Франция</b>	2,31 млн +13 713	170 тыс.	56 352 +831

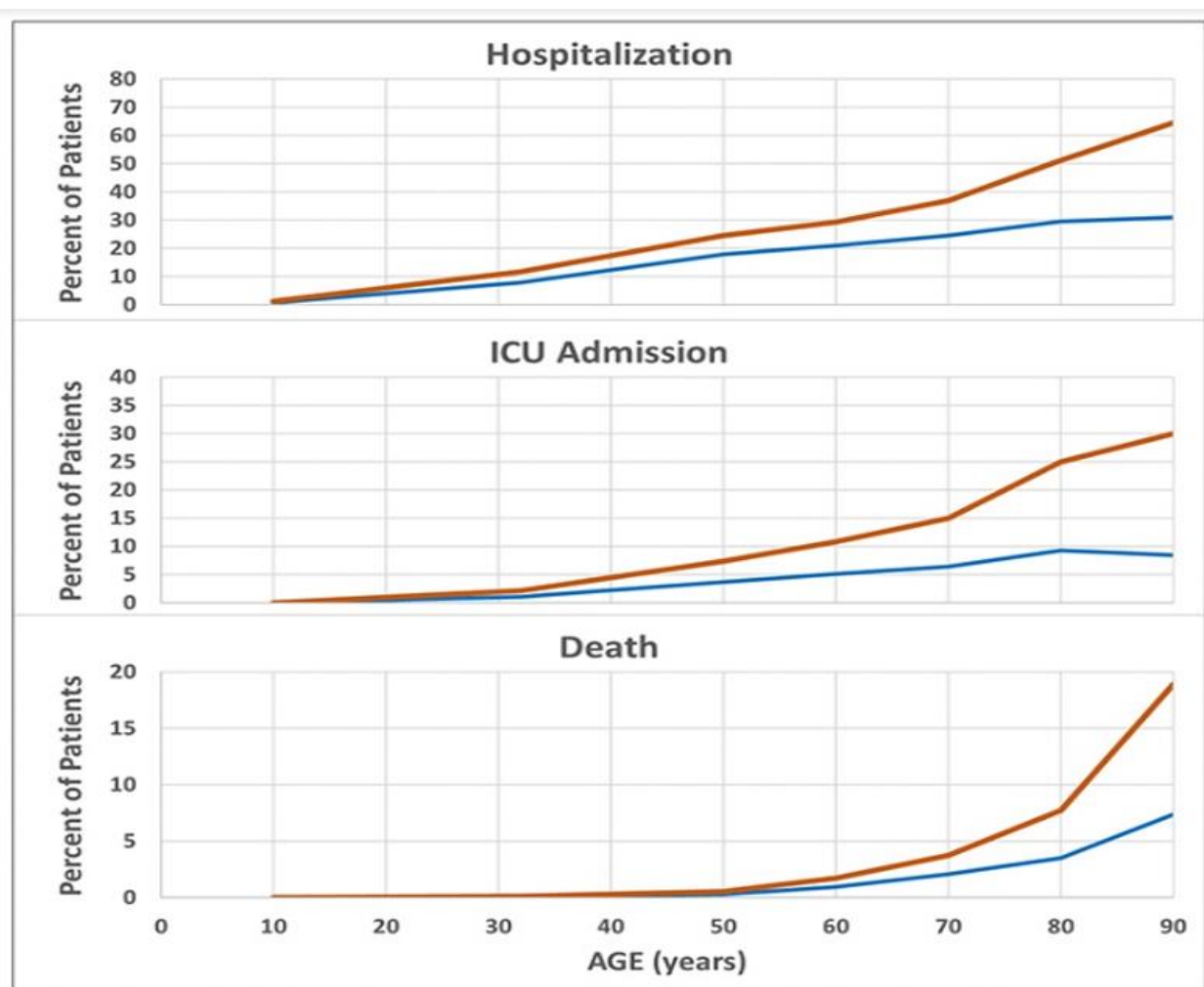
Ограничительные меры в странах, защита слизистых масками и перчатками и самоизоляция – то, что не позволяет математическим холодным расчетам сбываться. На примере Южной Кореи - или, что еще лучше, Сингапура - где жесткие меры по существу не привели к экспоненциальному росту: мы видим, что распространение вируса можно замедлить, если мы все примем небольшие изменения и ограничения в нашей повседневной жизни.

Но чем же по-настоящему страшен этот вирус, если есть куча других схожих заболеваний? Последствия для некоторых групп людей совершенно незаметны, пара дней без запахов, с температурой, и вот ты уже на ногах, но для лиц с хроническими заболеваниями или в преклонном возрасте эта инфекция становится последней в их жизни. Статистики начали анализировать дополнительные факторы, которые могут привести к летальному исходу при заболевании. Рассмотрим их ниже:

### Влияние возраста на смертность от Covid-19

Летальность от Covid-19 возрастает с увеличением возраста, именно эта теория получила наибольшее распространение, для ее подтверждения проводились и проводятся многочисленные исследования. Также люди хроническими заболеваниями (гипертония, ишемия сердца, сахарный диабет), а также с сопутствующими патологиями: поражением легких (хронические бронхиты, бронхиальная астма и др.). Благодаря эпидемиологам Центра по контролю и профилактике заболеваний США, которые оценили первые 4226 случаев COVID-19 в Соединенных Штатах по трем значимым исходам: госпитализация, поступление в отделение интенсивной терапии (ОИТ) и смерть. Мы можем понять, что летальность от Covid-19 для людей в более старшем возрасте имеет наибольшее значение, в сравнении с остальными возрастными категориями. Две линии на каждом рисунке демонстрируют

нижние и верхние границы оценочных диапазонов количества конечных точек.

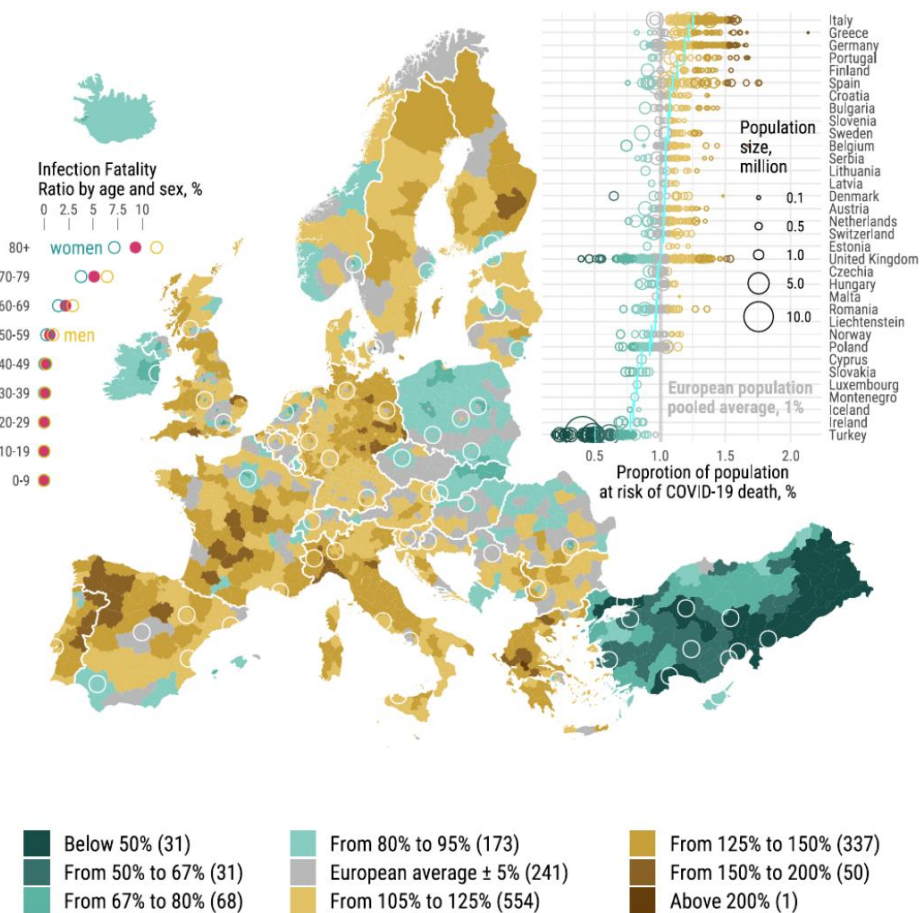


Ученые из Китая проанализировали количество летальных исходов у детей. Они рассмотрели серию случаев из 2143 детей с подозрением (65,9%) или лабораторно подтвержденным (34,1%) COVID-19. Большинство случаев были легкими (50,9%), бессимптомными (4,4%) или с умеренными симптомами (38,8%); 5,8% случаев были тяжелыми или критическими. Однако следует упомянуть, что доля критических случаев зависела не от пола, а от возраста.

Группа по возрасту	Менее 1 года	1-5 лет	6-10 лет	11-15 лет	От 16 лет(включительно)
% тяжелых или критических случаев	10.6	7.3	4.2	4.1	3.0

Однако в группу риска входят и лица с различными формами иммунодефицита: ВИЧ-инфицированные, онкологические больные и пациенты после трансплантации органов.

Можно сделать вывод о том, что возраст все же влияет на летальность случаев от COVID-19, из-за хронических заболеваний, которым подвержены те или иные возрастные группы. Мы понимаем, что слабый иммунитет, который не способен в полной мере выполнять свои функции, а именно защищать человека от болезней, является «катализатором», который способствует увеличению уровня смертности у определённых возрастных категорий. На самом деле серьёзные последствия могут проявиться в любом возрасте, но благодаря данным исследованиям, можно сделать вывод о том, что наиболее серьёзные последствия возникают у маленьких детей и пожилых людей. Также стоит не забывать, что на серьёзность последствий может повлиять удаленность населения от центральных районов страны, что в своем исследовании представил демограф Илья Кашницкий. Наибольшие потери населения из-за пандемии вероятны в странах и регионах с наиболее возрастным населением — Италия, Германия и Испания. А также наиболее проблемными станут отдаленные периферийные районы с наиболее пожилым населением.



Однако все эти данные могут измениться со временем.

### Гендерная принадлежность

Одним из возможных факторов увеличения летальных исходов является гендерная принадлежность, но ученые расходятся во мнениях. Одни считают, что от коронавируса умирают вне зависимости от пола, другие же убеждены, что пол имеет большое влияние на летальность исхода. В данной работе мы рассмотрим лишь первую точку зрения.

Статистика показывает, что чаще всего от Covid-19 умирают мужчины (доля мужчин среди жертв COVID-19 составила 70%). Национальная комиссия здравоохранения Китая в начале февраля проанализировала половозрастной состав первых 425 умерших в больницах материковой части страны. Выяснилось, что две трети подтвержденных смертей от коронавируса — мужчины.



Ученые предполагают, что это происходит по нескольким причинам. Первая касается распространенности курения среди мужчин. Именно из-за нездорового образа жизни Covid-19 развивается в легких в атипичную пневмонию. Вторая причина заключается в том, что есть некие генетические предрасположенности к более тяжелому течению вирусной инфекции. Ученые пришли к выводу, что и мужчины, и женщины в равной степени подвержены заражению вирусом, однако первые страдают от него значительно чаще, независимо от их возраста.

Уровень белка ACE2 в организме у пациентов мужского пола значительно выше. Он также содержится в больших количествах у людей с



сердечно-сосудистыми заболеваниями и диабетом, которые как раз и относятся к группе риска.

Также ученые предполагают, что влиять могут и биологические факторы — например, более сильная иммунная система женщин. X-хромосомы (у женщин их две, у мужчин одна) содержат связанные с иммунитетом гены, а женский гормон эстроген участвует в управлении иммунной реакции тела, говорит Янг из Уорикского университета. Кроме того, у женщин сильнее активируются противостоящие вирусу Т-клетки. Слабая активность Т-клеток связана с более тяжелыми последствиями COVID-19 у мужчин, чего не наблюдается у женщин, показало исследование ученых Йельского университета. При этом у мужчин больше вызывающих воспаление белков, которые могут привести к повреждению легких и других органов, добавила WSJ.

Следует не забывать, что данная теория все еще нуждается в доработке. Также исследователи подчеркивают, что такая «гендерная тенденция», вполне возможно, связана с «китайской спецификой», именно поэтому может не в полной мере быть применима к ситуации в других государствах.

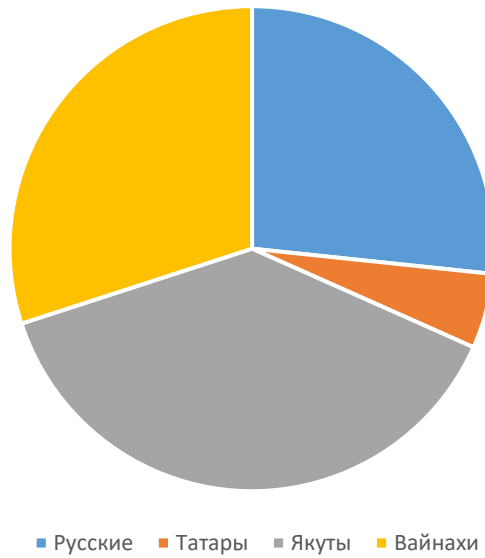
#### Этническая принадлежность

По предварительным данным, полученным учеными из Китая, коронавирус нового типа также может быть избирателен этнически. Было высказано предположение, что для входа в клетку вирус использует определенные рецепторы на ее поверхности, которых в пять раз больше у представителей монголоидной расы, чем у других народов. В таком случае шансов заразиться и более тяжело перенести болезнь у жителей Поднебесной гораздо больше.

Также о том, что азиатские и северокавказские этнические группы тяжелее переносят новую коронавирусную инфекцию и хуже реагируют на фармакотерапию по сравнению со славянскими выяснили в Российской медицинской академии непрерывного профессионального образования.

Исследователи из Оксфордского университета и Лондонской школы гигиены и тропической медицины также обнаружили, что летальность случаев может зависеть от этнической принадлежности. Так представители монголоидной и негроидной расы показали увеличение риска в 1,48 и 1,44 раза по сравнению с европеоидной расой. Ученые из Университета Эксетера по генотипу определили риск госпитализации с COVID-19 в разных этнических группах. По результатам их исследования доля русских с повышенным риском госпитализации составила 1,6%, татар – 0,3%, якутов – 2,3%, вайнахов – 1,8%.

Риск госпитализации в зависимости от этноса



Одна следует не забывать, что все эти теории требуют подтверждения

Именно благодаря статистике ученые смогли выявить данные факторы, ведь данная наука помогает человеку определить закономерность происхождения тех или иных события опираясь на числа.

Кафедра высшей математики

**Доклады**

**Студенческой научной конференции «Социально-экономические преобразования и трансформация российского общества в постпандемическом мире» (зимняя сессия, 15 декабря 2020)**

Секция: «Математические методы и модели в экономических исследованиях»

Под общей редакцией канд. физ.-м. н., доц. Дорофеева В. Ю.  
Кафедра высшей математики СПбГЭУ. СПб. Выпуск №1, 2021, 75 с.

Электронная версия. Вып. 03.03.2021.